Mathematische navigatorische Beziehungen

Anwendbar für Taschenrechner

Rechnerfunktionen

Funktion	*Funktion Rechertaste*	*Bedeutung*
sin	sin	cosec x (1 : sin)
cosec	sin 1/x	cecos x (1 : tan)
tan	tan	
cotan	tan 1/x	cot x (1 : tan)
cos	cos	
sec	cos 1/x	
secos	cos 1/x	secos x (1 : cos)

Zurück rechnen:
Wert x, dann 1/x Funktion
Bei Log-Berechnung:
log: bei Vorzeichen (–) +10   log sem y aus: $\frac{1 - \cos y}{2}$ log+ 10
sem y aus: 1 – sem y × 2 arc cos

1. Terrestrische Navigation

Umrechnung nautischer Maße:

360°	=	40003200	m	wahrer Erdumfang 4373097 m.
1°	=	111120	m	
1’	=	1852,0	m	international vereinbarte Seemeile
1“	=	30,87	m	
1“’	=	0,514	m	

Mt (Merdiantertie) = der 3600 Teil einer Seemeile

sm x 1852 = m
m **:** 1852 = sm
kn x 0,514 = m/s
m/s : 0,514 = kn

Nautische Geschwindigkeiten:

			Zeiteinheiten:		
$S = V \bullet t$	S	Schiffsweg	sm	kbl	mt
$t = \frac{S}{V}$	t	Zeit	h	min	s
$V = \frac{S}{t}$	V	Geschwindigkeit	sm/h*	klb/min	mt/s

* sm/h oder Knoten(kn)

Orientierung auf See

$e_K = 2{,}075\sqrt{Ah}$ Entfernung der Kimm Ah Augeshöhe

$e_{sm} = 2{,}075\sqrt{Ah \bullet Fh}$ Entfernung eines Feuers Fh Feuerhöhe

$e_{sm} = 2{,}075\sqrt{Rh \bullet Oh}$ Radarsichtweite Rh Radarantennenhöhe

Oh Objekthöhe

Fahrtfehlerberechnung: (Kreiselkompaß)

$$\sin Ff = -\frac{V \bullet \cos KrK}{902{,}46 \bullet \cos\varphi}$$

Alle Eingaben müssen in Grad erfolgen Die Geschwindigkeit und der Roatationsfaktor ist von sm/h in Grad/h umzurechnen.

(902,46 Kn = 15° 02’ 27,6“)

Missweisung (Magnetkompass)

Magnetpole: (1983) magn. Nordpol (Südhalbkugel der Erde) φ = 65,3° S; λ = 139,3° E
magn. Südpol (Nordhalbkugel der Erde) φ = 78,4° N; λ = 102,1° W

Kursberechnung <u>(Regel)</u>

Vom richtigen Kurs (rwK) zum falschen Kurs (MgK oder KrK) mit falschen(umgekehrten) Vorzeichen

Vom falschen (MgK, KrK) zum richtigen Kurs (rwK) mit richtigen (keine Änderung) Vorzeichen

Sextant

<u>Kippfehler:</u>

⇒ Limbus auf 120° Marke stellen; Knick Null

⇒ wenn linker gespiegelter Bogen nach oben abwinkelt, dann Indexspiegel nach vorn verändern.

⇒ wenn linker gespiegelter Bogen nach unten abwinkelt, dann Indexspiegel nach hinten verändern.

Korrekturschraube an der oberen Kante bewegen

Indexfehler:

$$If = \frac{n - n^1}{2} \qquad r_{Sonne} = \frac{n + n^1}{4}$$

r aus demNautischen Jahrbuch für Tag und Jahr

Vertikalwinkelmessung:

In Seemeilen:

$$e_{sm} = \frac{13}{7} \bullet \frac{h_m}{n'}$$

$$h_m = \frac{7}{13} \bullet n'$$

$$n' = \frac{13}{7} \bullet \frac{h_m}{e_{sm}}$$

In Meter:

oder $e_m = \dfrac{h_m}{\tan n'}$

$$h_m = e_m \bullet \tan n'$$

$$\cot n' = \frac{e_m}{h_m}$$

h ...Höhe

e ...Entfernung

n...Vertikalwinkel

Horizontalmessung:

$$r = \frac{a}{2} \bullet \cos\gamma \qquad \text{oder} \qquad r = \frac{a}{2} \bullet \operatorname{cosec} \alpha$$

a = Basislinie

γ = Subplement- bzw. Komplementwinkel von α

r = Radius um den Mittelpunkt der Standlinie

α= Horizontalwinkel

Bestimmung der Entfernung bei unbekannter Höhe einer Landmarke:

Kurs mit SP = 000° oder 180° laufen,
Distanz zwischen erster und zweiter Messung errechnen.

$$e = d \bullet \sin n^2 \bullet \cos n^1 \bullet \operatorname{cosec}\left(n^1 - n^2\right)$$

n = Vertikalwinkel
d = Distanz in sm zwischen den Messungen
e = Entfernung in sm zum Zeitpunkt der letzten Messung

Besteckrechnung nach Mittelbreite:

$$a = d \times \sin\alpha$$

oder $$d = \Delta\varphi \times \sec\alpha$$

$$\varphi_m = \frac{\varphi_A \pm \varphi_B}{2} \qquad \Delta\varphi = d \times \cos\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{\Delta\varphi}$$

<u>erste Aufgabe der Besteckrechnung</u>

gegeben: φ_A; λ_A; α; d gesucht: φ_B; λ_B

<u>zweite Aufgabe der Besteckrechnung</u>

gegeben: φ_A; λ_A; φ_B; λ_B gesucht: α; d

d Distanz
$\Delta\varphi$ Breitenunterschied
α Kurswinkel (viertelkreisig)
l Längenunterschied
a Abweitung

Besteckrechnung nach vergrößerter Breite:

die vergrößerte Breite oder die Meridionalanteile werden berechnet nach: (siehe auch Fuls-Tafel 5)

$$\Phi = 7915{,}7045 \times \lg\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad \text{das ist} \quad \Phi = 7915{,}7045 \times \lg\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)$$

erste Aufgabe der Besteckrechnung

1. Breitenunterschied $\Delta\varphi = d \times \cos\alpha$
2. Bestimmungsbreite $\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi$
3. Vergrößerter Breitenunterschied $B = \Phi_B - \Phi_A$
4. Längenunterschied $\Delta\lambda = B \times \tan\alpha$
5. Bestimmungslänge $\lambda_B = \lambda_A + \Delta\lambda$

zweite Aufgabe der Besteckrechnung

1. Breitenunterschied $\Delta\varphi = d \times \cos\alpha$
2. Längenunterschied $\Delta\lambda = \lambda_B - \lambda_A$
3. Vergrößerter Breitenunterschied $B = \Phi_B - \Phi_A$
4. Kurswinkel $\tan\alpha = \Delta\lambda : B$
5. Distanz $d = \Delta\varphi \times \sec\alpha$

2. Manöverkennwerte in der Schiffsführung

Meilenlaufen (aus drei Überläufen):

1.Wahl der Messmeile entsprechend der maximalen Schiffsgeschwindigkeit Schiffsgeschwindigkeit

2. Wahl der Messmeile entsprechend Tiefgang und maximale und nach der Wassertiefe im Meilengebiet

$$d_{sm} = \frac{(V_{kn})^2}{240}$$

$$T_m = \frac{3 \times (V_{m/s})^2}{g} + (4 \times Tg_m)$$

d Distanz der Meßmeile in Seemeileng Erdbeschleunigung 9,81 m/s
V Schiffsgeschwindigkeit T Wassertiefe
Tg Tiefgang

3.Bestimmung der Logberichtigung (Staudrucklog)

$$LB_{\%} = \frac{d_{sm} - \Delta LA_{sm}}{\Delta LA_{sm}} \times 100\% \quad \text{und} \quad d_{sm} = LA + \frac{LA}{100\%} \times LB_{\%}$$

Logkoeffizent: $L_{Log} = \frac{d_{sm}}{LA_{sm}}$

LB Logberichtigung

LA Logablesung

die LB mitteln aus Hinlauf $= LB_1 + LB_3$
die LB mitteln aus Rücklauf $= LB_2 + LB_2$
die LB mitteln aus $= \frac{(LB_1 + LB_3) \pm (LB_2 + LB_2)}{4}$

4. Fahrtbestimmung:

$$V_s = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$V_1 = V + Strom$ $V_3 = V + Strom$

$V_2 = V + Strom$ $V_2 = V + Strom$

V = Schiffsgeschwindigkeit

5. Bestimmung der Fahrweite:

1. Zeit berechnen $\text{Zeit} = \frac{\text{Kraftstoffmenge gesamt laut Bunkerbestand}}{\text{Verbrauch Antriebsdiesel pro h + Hilfsmaschinen pro h}}$

2. Strecke berechnen $S = t \times V$ V lt. Meilentabelle

Bestimmung der Trägheitselemente

1. Holzstückchenmethode

$$S = L_0^{n-1} + L_1$$

S Strecke — n Anzahl Holzstückchen

L_0 Schiffslänge — L_1 Reststrecke der Schiffslänge

4. Radarnavigation

Geschwindigkeit für Nichtradarschiffe $V_{SGNR} = S_V = \frac{Ab - \Delta l}{2}$

Errechnung des Nahbereiches für Radarschiffe

$$No = \Delta l + 2\,S_{V_{MA}} + A_{(V_M,\Delta t)} + D_{(V_K,\Delta t)}$$

No Radarnahbereich für Entgegenkommer kreuzende Kurse

und

$$N' = \Delta l + 2\,S_{V_{MA}} + A_{(V_M,\Delta t)}$$

N’ Radarnahbereich für Mitläufer

$$CM = \frac{\Delta t + 2\,S_{V_{MA}} + D_{(V_M,t)} + A_{(V_M,\Delta t)}}{2}$$

CM Abstand Radarantenne zum Mittelpunkt No

Die Verzögerungszeit Δt ist zu berechnen für

VKF = 1 min

VLF = 2 min

VHF = 3 min

VVF = 4 min

Δl Strecke Radarantenne zum Bug

$S_{V_{MA}}$ Stoppstrecke aus einer Restauslaufstrecke in kbl

V_K ist mit 21 kn anzunehmen, bei V_K >21 kn gilt

$$No = \frac{\Delta V_K \,/\, kn}{2}$$

$A_{V_{MA}}$ Auslaufstrecke aus V_M in kbl

No und N’ auf volle kbl aufrunden, CM auf volle kbl abrunden.

$A_{V_M,\Delta t}$ aus dem Auslaufdiagramm

$S_{V_{MA}}$ aus dem Stoppstreckendiagramm

$D_{V_K,\Delta t}$ Strecke V_K

$D_{V_M,\Delta t}$ Strecke V_M

$$Abo = \Delta l + 2\,S_{V_{MA}} \qquad Ab' = \Delta l + 2_{V_{MA}}$$

Rest V_M ist mit Auslaufdiagramm zu bestimmen. Eingang mit *sichere* V_M und Vorgabe Δ t - Wert. Stoppstrecke ist mit Auslauf V_M und dem gewähltem Zurückmanöver aus Stoppstreckendiagramm zu entnehmen.

5.Zeit

Der Zeitunterschied ist die Differenz zwischen der MOZ und der GMT (UT1).
Es gilt:

ZU = MOZ – UT1

Da der Meridian von Greenwich für die geographische Länge und den Zeitunterschied Bezugskoordinate ist, ergibt sich die Folgerung:

Der Zeitunterschied (ZU) entspricht der geographischen Länge des Ortes, für den die MOZ angegeben ist.

MOZ – λiZ = UTC, wenn λ östlich ist UTC + λiZ = MOZ, wenn λ östlich ist
MOZ + λiZ = UTC, wenn λ westlich ist UTC – λiZ = MOZ, wenn λ westlich ist

UT1	=	UTC	+	DUT1
ZZ	=	UT1	+	ZU
ZU	=	MOZ	–	UT1

MOZ	=	UT1	+	λiZ		|	ZU > 0° für λ Ost
WOZ	=	MOZ	+	e	(Zeitgleichung)	|	ZU < 0° für λ West

Für die Umwandlung der geographischen Länge in Zeitunterschied (λi° in λiZ) gilt nach den o. g. Entsprechnungen

Zeit/h x 15° = Grad/°	Grad/° : 15° = Zeit/h
Zeit/min x 15’ = Grad/’	Grad/’ : 15’ = Zeit/min
Zeit/s x 15“ = Grad/“	Grad/“ : 15“ = Zeit/s

Regel: **Man dividiert die Maßzahlen durch 15 und multipliziert den Rest mit 4**
(siehe auch FULS-Tafel und Nautisches Seiten Grüner Teil)

15° ⇒ 1 h 1° ⇒ 4 min 15’ ⇒ 1 min 1’ ⇒ 4 s 15“ ⇒ 1 s

Datumsgrenze

Die 12. Zeitzone liegt der 0. Zeitzone gegenüber und hat die Länge 180° als mittleren Meridian. Dieser Meridian ist die eigentliche Datumsgrenze. Beim Überschreiten gilt:

⇒ Von Ost nach West, halte das Datum fest. (das aktuelle Datum wird wiederholt)
⇒ Von West nach Ost, lasse das Datum los. (das folgende Datum wird ausgelassen)

6. Astronomische Navigation

Berechnung Greenwicher und Ortsstundenwinkel

Grt in OSW: Bei λ_E Grt + λ = OSW (000° – 180° = t_w
Bei λ_W Grt – λ = OSW (180° – 360° = t_E

t = 000° ⇒ OK ⇒ $h = 90° - (\varphi - \delta)$ t = 180° ⇒ UK ⇒ $h = 90° - (\varphi + \delta)$

Berechnung Sonnenauf- und -untergangs- bzw. Kulminationszeiten

	MOZ (UT1 für 000°)			MOZ (UT1 für 000°)	
+	λ_{iZ} Ostlänge in Zeit)		–	λ_{iZ} Westlänge in Zeit)	
=	UT1 am Koppelort	=	UT1 am Koppelort		
+	ZU .		+	ZU .	
=	ZZ .		=	ZZ .	

Beschickung h_s zu h_b

Gb = Ib – Kt – R + P ± r   + Sonnen/Mondunterrand   r für Sonne ≈16';
– Sonnen/Mondoberrand   r für Mond ≈ 0,273 x HP_{MOND}

$Kt_{sm} = 1{,}779 \times \sqrt{Ah_m}$ Kt = Kimmtiefe

$R_{sm} = 59{,}2\ \cot h_s$ (bei 10° C Lufttemperatur und 760 Torr)   R = Refraktion

$P = HP \times \cos h'$ | $HP = \dfrac{P}{\cos h'}$ P = Parallaxe

HP = Horizontalparallaxe

Mond	Sonne	Planeten	Fixsterne
Ib Ib (±)	Ib Ib (±)	Ib Ib (±)	Ib Ib (±)
Gb Kt (–)	Gb Kt (–)	Gb Kt (–)	Gb Kt (–)
R (–)	R (–)	R (–)	R (–)
P (+)	P (+)	P (+)	
r (±)	r (±)		

Winkel und Seiten des Nautischen Grunddreiecks

	astronom. Koordinaten	**geographische Koordinaten**
Punkt A	Zenit (Z)	geographischer Abfahrtsort A
Punkt B	Gestirn (G)	geographischer Bestimmungsort B
Punkt C	Himmelspol (P)	geographischer Pol (P)
Winkel α	Azimut (a)	Kurswinkel (α)
Winkel β	parallak. Winkel(q)	parallaktischer Winkel (q)
Winkel γ	Ortsstundenwinkel (t)	Längenunterschied (l)
Seite a*	Deklination (δ)	geograph. Breite des Bestimmungsortes (φ_B)
Seite b*	geograph. Breite (φ)	geograph. Breite des Abfahrtsortes (φ_A)
Seite c*	Höhen (h)	sphärische Distanz (d)

*Die Seiten verstehen sich als Komplemente (90° – n)

Astronomische mathematische Beziehungen

Zur Berechnung der Winkel:

Azimut oder Kurswinkel

$$\cos a/\alpha = \left(\frac{\sin \delta / \varphi_B}{\cos \varphi / \varphi_A \times \sin h/d} \pm \tan \varphi / \varphi_A \right) \times \tan h/d$$

Stundenwinkel oder Längenunterschied

$$\cos t/l = \left(\frac{\sin h/d}{\cos \delta / \varphi_B \times \sin \varphi / \varphi_A} \pm \tan \delta / \varphi_B \right) \times \tan \varphi / \varphi_A$$

Parallaktischer Winkel

$$\cos q = \left(\frac{\sin \varphi / \varphi_A}{\cos h/d \times \sin \delta / \varphi_B} \pm \tan h/d \right) \times \tan \delta / \varphi_B$$

Ist φ/φ_A ungleichnamig mit δ/φ_B, gilt das positive (+) Vorzeichen;
Ist φ/φ_A gleichnamig mit δ/φ_B, gilt das (-) Vorzeichen

Zur Berechnung der Seiten:

Höhe oder sphärische Distanz

$$\sin h/d = \left(\frac{\cos \delta / \varphi_B \times \cos t/l}{\tan \varphi / \varphi_A} \pm \sin \delta / \varphi_B \right) \times \sin \varphi / \varphi_A$$

90° – h = d° (d in ° x 60' = d in sm)

Deklination oder Breite des Ortes B

$$\sin \delta / \varphi_B = \left(\frac{\cos \varphi / \varphi_A \times \cos t/l}{\tan h/d} \pm \sin \varphi / \varphi_A \right) \times \sin h/d$$

Breite oder Breite des Ortes A

$$\sin \varphi / \varphi_A = \left(\frac{\cos h/d \times \cos q}{\tan \delta / \varphi_B} \pm \sin h/d \right) \times \sin \delta / \varphi_B$$

Ist φ/φ_A gleichnamig mit δ/φ_B, gilt das positive (+) Vorzeichen;
Ist φ/φ_A ungleichnamig mit δ/φ_B, gilt das (-) Vorzeichen

Oder

$$\cot\ h = \frac{\cot y}{\cos\ a} \qquad \cot a = \frac{\cot t \times \cos y}{\cos x}$$

$$\cot\ x = \cot\ \delta \times \cos\ t$$

Azimut ist viertelkreisig

$y = (90° - \varphi) - x$ bei ungleichnamig φ mit δ
$y = (90° - \varphi) + x$ bei gleichnamig φ mit δ

Oder

Sermiversusformel und | **ABC Tafel**

sem z = sem z_0 + sem y

aus: $\varphi - \delta$ = sem z_0

t

$$\varphi - \delta = \frac{1 - \cos\ (\varphi - \delta)}{2}$$

aus: sem y = cos φ x cos δ x sem t

$h_r = 90° - z$

A	=	– cot t	x	tan φ
B	=	tan δ	x	cosec
C	=	A	+	B

$$\cot Az = \frac{C}{\sec\varphi}$$

ABC-Tafel

Regeln: A = +, wenn t 000° bis 090° zählt B = +, wenn φ und δ gleichnahmig
A = –, wenn t 090° bis 180° zählt B = –, wenn φ und δ ungleichnahmig
Wenn C +, dann ist Az mit φ gleichnahmig
Wenn C –, dann ist Az mit φ ungleichnahmig

Azimut beim wahren Auf- und Untergang

cos Az = sec φ x sin δ

Das Az zählt von dem mit der δ gleichnamigen Pol, vormittags nach Ost, nachmittags nach West

Halber Tag- und Nachtbogen

$\cos t = -\tan\varphi \times \tan\delta$

φ und δ gleichnamig halber Tagbogen oder Sonnenuntergang

Aufgang T–t Untergang T+ t

φ und δ ungleichnamig halber Nachtbogen oder Sonnenaufgang

Aufgang T–(12h – t) Untergang T+ (12h – t)

Berechnung des sichtbaren Auf- und untergangs

Ah = Nockhöhe + Körpergröße (Auge) Beispiel am 23. 04. 94
Ah = 10,80 m

$$\Delta t_{min} = \frac{\Delta h}{15} \sec\varphi \ \sec\delta \ \operatorname{cosec} t$$

Kt	=	– 5,85’
R	=	– 34,20’
P	=	+ 0,09’
r	=	– 15,90’ (am 23. 04. 94)
Δh	=	– 55,59’

t = halber Tag- oder Nachtbogen in Grad

Der sichtbare Untergang ist später, als der wahre Untergang; der sichtbare Aufgang ist früherer, als der wahre Aufgang.

Kulmination eines Gestirns

$z_0 = h + \delta$ $z_0 = h - \delta$	$\varphi = 90° - z_0$	φ/δ ungleichnamig φ/δ gleichnamig
$\delta = z_0 - h$ $\delta = h - z_0$		φ/δ ungleichnamig φ/δ gleichnamig
$h = z_0 - \delta$ $h = z_0 + \delta$		φ/δ ungleichnamig φ/δ gleichnamig

<u>Höhe im 6-Uhr Kreis</u>
$\sin h = \sin\varphi \times \sin\delta$

<u>Höhe in ersten Vertikal</u>
$\sin h = \operatorname{cosec}\varphi \times \sin\delta$

<u>Höhe in der größten Ausweitung</u>
$\sin h = \sin\varphi \times \operatorname{cosec}\delta$

OKU t = 180° Az = 360° UKU t = 360° Az = 180°
OKU in Greenwich Grt für UT1(h-min-s)
360° – Grt (dann (: 15) in Zeit umgerechnet) für UT1(h-min-s) + UT1(h)
OKU auf λ_E OKU – λ_E = OKU am Beobachtungsort (in UT1)
OKU auf λ_w OKU + λ_w = OKU am Beobachtungsort (in UT1)
Zur Feststellung der Auf- und untergangszeiten siehe halber Tag- und Nachtbogen

Berechnung Gestirnsbildpunkt

$\varphi = \delta$
λ = Grt* OSW* kleiner 180°, so ist λ = Grt* westliche λ
OSW* größer 180°, so ist λ = (360° – Grt*) östliche λ
Die Zählrichtung entspricht der Drehrichtung der scheinbaren Himmelkugel.

Berechnung der geraden Aufsteigung

Zählrichtung geschieht entgegen der scheinbaren Drehung der Himmelkugel in Grad oder Zeit (Rektaszension)

$\beta = 360° - \alpha$ oberer Pol zwischen Nordpunkt und Horizont; oberer Meridian von Pol zu Pol über Zenit.

Tafelwerke

<u>Russische Höhen- und Azimuttafel BAC 58</u>
Bei Gleichnahmigkeit von δ und φ mit δ von oben und t von links eingehen.
Bei Ungleichnahmigkeit von δ und φ mit δ von unten und t von rechts eingehen.
Tafel 1 für Berichtigung von $\Delta\varphi$, $\Delta\delta$ und Δt.

<u>Amerikanische Tafel HAT 249 Teil 1, Teil 2 und Teil 3</u>
Bände I und II für Gestirne 00° bis 29°; OSW vollkreisig, Az halbkreisig
Band I: OSW Frühlingspunkt vollkreisig, Az vollkreisig, da h und Az eines Fixsternes zu ein- und dem selben Zeitpunkt die gleiche Sternzeit haben.

Weitere mathematische Beziehungen zur Auflösung des nautischen Grunddreiecks

Höhe: $$\sin h = \sin\varphi \times \sin\delta + \cos\varphi \times \cos\delta \times \cos t$$

Azimut: $$\sin a = \frac{\cos\delta \times \sin t}{h}$$

Da die sin-Funktion im ersten und zweiten Quadranten positiv ist, treten Mehrdeutigkeiten bei der Berechnung des Az auf. Das gilt nicht für die Höhe, da hier nur Werte von 0° bis 90° möglich sind. Besser eignet sich die Beziehung:

$$a = \text{arc } \tan = \left(\frac{\sin\varphi}{\tan t} - \frac{\tan\delta \times \cos\varphi}{\sin t}\right)^{-1}$$

oder

$$a = \text{arc } \tan = \frac{1}{\frac{\tan\delta \times \cos\varphi}{\sin t} - \frac{\sin\varphi}{\tan t}}$$

Bei der Rechneranwendung ist zu beachten, dass die nördliche Breite und die nördliche Deklination als positive Werte einzugeben sind, die südliche Breite und die südliche Deklination als negative Werte. Für die Umrechnung in das vollkreisige Azimut gelten folgende Regeln:

tan a	OSW	rw Az
> 0	> 180°	a = Az
< 0	> 180°	180° + a
< 0	< 180°	180° – a
> 0	< 180°	180° – a