Mathematik für Nautiker
Teil 1 für Einsteiger

1. Das Sexagesimalsystem

Das Sexagesimalsystem ist ein altes Babylonisches Zahlensystem. Bei diesem handelte es sich um ein erstes wirkliches Positionssystem, allerdings nicht zur Basis 10, sondern zur Basis 60 (Sexagesimal). Es war das bestentwickelte Zahlensystem vor der Erfindung des indisch-arabischen. Das babylonische Zahlensystem war weitaus besser als das griechische oder gar das römische; und es ist daher verständlich, dass die antiken Astronomen bei langwierigen Rechnungen das babylonische Zahlensystem übernahmen. Deshalb sind die Reste dieser Überlieferung noch heute wirksam: Bei der Zeiteinteilung einer Stunde in 60 Minuten zu je 60 Sekunden und der Winkelteilung eines Grads in 60 Minuten zu je 60 Sekunden rechnen auch wir heute noch nach babylonischem Vorbild sexagesimal.
Zeitmaßeinheiten: Stunde (h), Minute (min), Sekunde (s)
Winkelmaßeinheiten: Grad (°), Minute (’), Sekunde (’’), Meridantertie (’’’)

Grad: Die Einteilung des Vollkreises in 360° in der Astronomie, Geometrie und Geographie wurde durch die Astronomen Hypsikles von Alexandria („Anaphorikos“, 170 v. Chr.) und Hipparch von Nikaia (190 – 120 v. Chr.) eingeführt. Wegen der 24 Stunden eines Tages entspricht 1 Stunde geographischer Längen- oder Zeitdiffenenz genau 15°.

Tertie: ist eine veraltete Winkeleinheit für den sechzigsten Teil einer Winkelsekunden. Sie wird durch drei der Zahl oben beigesetzte Striche bezeichnet: z.B. 00° 12’ 25’’ 12’’’
Der Name leitet sich aus der Weiterführung der sexagesimalen Unterteilung (Minute, Sekunde (die dritte Unterteilung) ab, - lateinisch „pars minuta tertia“,dritter verkleinerter Teil-. In der nautischen Praxis wird diese Einheit aber trotz ihres hohen Alters und der vermehrten Verwendung von dezimalen Einteilungen immer noch eingesetzt. Ein Beispiel hierfür ist ihre Anwendung als Längenmaß Meridiantertie (Mt) bei der Fahrtmessung mit Relingslog in der Schiffsführung.

Strich oder Kompassstrich: Ältere Darstellung der Kompassrose nach Himmelsrichtungen. Die Rose eines Magnetkompasses ist auch heute noch nach dieser Einteilung z. T. beschriftet. Erste Ebene Nord (000° oder 360°), Ost (090°), Süd (180°), West (270°). Durch weitere Teilungen der Kompassrose erhält man 32 Strich; 360° **:** 32 Strich = 11,25°.

Name	Grad Vollkreis	Name	Grad Vollkreis
Nord	000,00	Süd	180,00
Nord zu Ost	011,25	Süd zu West	191,25
Nordnordost	022,50	Südsüdwest	202,50
Nordost zu Nord	033,75	Südwest zu Süd	213,75
Nordost	045,00	Südwest	225,00
Nordost zu Ost	056,25	Südwest zu West	236,25
Ostnordost	067,50	Westsüdwest	247,50
Ost zu Nord	078,75	West zu Süd	258,75
Ost	090,00	West	270,00
Ost zu Süd	101,25	West zu Nord	281,25
Ostsüdost	112,50	Westnordwest	292,50
Südost zu Ost	123,75	Nordwest zu West	303,75
Südost	135,00	Nordwest	315,00
Südost zu Süd	146,25	Nordwest zu Nord	326,25
Südsüdost	157,50	Nordnordwest	337,50
Süd zu Ost	168,75	Nord zu West	348,75
Süd	180,00	Nord	360,00

	Angaben im Sexagesimalsystem	Angaben im Dezimalsystem
Beispiel a.)	13° 36´	13,6°
Beispiel b.)	54° 20´ 12´´	54° 20,2´
Beispiel c.)	12h 30 min 15s	12h 30, 25min
Beispiel d.)	12h 30 min 15s	12, 50417h
Beispiel e.)	1° 35´ 47´´	1° 35, 7833´
Beispiel f.)	25° 30´ 15´´ 36´´´	25° 30´ 15, 6´´
Beispiel g.)	25° 30´ 15´´ 36´´´	25° 30, 26´
Beispiel h.)	25° 30´ 15´´ 36´´´	25, 504333°

Umrechnungsfaktor ist dabei die Zahl 60.

Beispiel a.)	36’ : 60’	= 0,6°, somit 13,6°
Beispiel b.)	12’’ : 60’’	= 0,2’, somit 54° 20,2’
Beispiel c.)	15s : 60s	= 0,25min, somit 12h 30,25min
Beispiel d.)	30,25min : 60min	= 0,50417h, somit 12,50417h
Beispiel e.)	47’ : 60min	= 0,7833’, somit 1° 35,7833’
Beispiel f.)	36’’’ : 60’’’	= 0,6’’, somit 25° 30’ 15,6’’
Beispiel g.)	15,6’’ : 60’’	= 0,26’, somit 25° 30, 26’
Beispiel h.)	30,26’ : 60’	= 0,50433°, somit 25,50433°

Rechnungen im Winkelmaß:

054° 10’ 35’’	245° 56’ 44’’	026° 44’ 34’’
+ 012° 12’ 45’’	+ 156° 45’ 30’’	– 013° 14’ 44’’
= 066° 23’ 20’’	= 042° 42’ 14’’	= 013° 29’ 50’’

(+) 054° 10’ 35’’	–) 245° 56’ 44’’	(+) 026° 44’ 34’’
+ (–) 012° 12’ 45’’	+ (+) 156° 45’ 30’’	– (+) 013° 14’ 44’’
= (+) 041° 57’ 50’’	= (–) 089° 11’ 14’’	= (+) 013° 29’ 50’’

Rechnungen im Zeitmaß:

23 Uhr 13min 15s	08 Uhr 44min 32s	01h 06min 19s
+ 06 Uhr 18min 12s	– 15 Uhr 16min 17s	+ 29h 46min 31s
= 29 Uhr 31min 27s	= (–)06 Uhr 31min 45s	= 30h 52min 50s
= 05 Uhr 31min 27s	= 17 Uhr 28min 15s	

Umrechnung Winkelmaß in Zeitmaß und umgekehrt (Umrechnungsfaktor ist die Zahl 15)

Gradmaß	Zeitmaß	Gradmaß	Zeitmaß
360° 00' 00''	**24h 00min 00s**	**001° 00' 00''**	**00h 04min 00s**
180° 00' 00''	12h 00min 00s	000° 30' 00''	00h 02min 00s
090° 00' 00''	06h 00min 00s	**000° 15' 00''**	**00h 01min 00s**
045° 00' 00''	03h 00min 00s	000° 05' 00''	00h 00min 20s
015° 00' 00''	**01h 00min 00s**	**000° 01' 00''**	**00h 00min 04s**
005° 00' 00''	00h 20min 00s	000° 00' 15''	**00h 00min 01s**

Umrechnungsbeispiele:

134° 25' 18'': 15 = 8h 57min 41,2s

16h 14min 12s x 15 = 243° 33' 00''

2.) Anwendung des Dreisatzes:

Aufgabe 1: In 2 Stunden werden 24 l Kraftstoff verbraucht (*Bedingungssatz*). Wieviel Kraftstoff wurde in 5 Stunden verbraucht? (*Fragesatz*)
Lösung a.) in Form einer Proportionsgleichung, wobei aus dem *Bedingungssatz* die linke, aus dem *Fragesatz* die rechte Seite der Gleichung wird:

$$24 : 2 = 5 : x$$

$$x = \frac{24 \cdot 5}{2} = 60$$ In 5 Stunden werden 60l Kraftstoff verbraucht.

Lösung b.) nach dem Dreisatz durch 3 Ansätze

24 l Kraftstoffverbrauch in 2 Stunden (Vordersatz)

$\frac{24}{2} = 12$ 12 l Kraftstoffverbrauch in 1 Stunde (Mittelsatz)

$5 \cdot 12 = 60$ 60 l Kraftstoffverbrauch in 5 Stunden (Schlusssatz)

3.) Berechnungen zum Schiffsweg

Der Schiffsweg drückt sich aus in Kurs in Grad (°) und der Distanz in Seemeilen (sm). Die Distanz (d) ist die Entfernung zwischen Abfahrtsort und Bestimmungsort. Der Zusammenhang zwischen der Fahrt in einem Zeitabschnitt und der dazu gehörigen Distanz drückt sich aus in:

$$\text{Geschindigkeit} = \frac{\text{Distanz}}{\text{Zeit}} \qquad \text{v} = \frac{\text{d}}{\text{t}} \qquad \text{Maßeinheit: } sm/h = \frac{sm}{h}.$$

Aufgabe 2:
a.) Berechne die Distanz (d), wenn das Schiff 2h mit 16 sm/h läuft!

$d = v \cdot t$

$d = 16 sm/h \cdot 2h$

$\underline{\underline{d = 32 sm}}$

b.) Berechne die Geschwindigkeit, wenn das Schiff 120sm in 6h zurückgelegt hat!

$v = \frac{d}{t}$

$v = \frac{120 sm}{6h}$

$\underline{\underline{v = 20\,sm/h}}$

c.) Berechne die Zeit, wenn ein Schiff 72 sm mit 12 sm/h zurückgelegt hat!

$t = \frac{d}{v}$

$t = \frac{72\,sm}{12\,sm/h}$

$\underline{\underline{t = 6h}}$

<u>4.) Umrechnung von Nautischen Maßen und Geschwindigkeiten</u>

Als SI – Einheiten in der Seefahrt gelten:

Für die Distanz:	Seemeile, nauticel miles (Länge 1852m)	Abk.: sm, nm
Für die Geschwindigkeit:	Knoten (Seemeile pro Stunde)	Abk.: kn (sm/h)
Für die Zeit:	Stunden, Minuten, Sekunden	Abk.: h, min, s
Für die Richtung:	Grad (°)	

Für die geographischen Koordinaten Grad (°), Minuten (’), Sekunden (’’)
Als nicht im SI enthalten gelten: (wird jedoch aus praktischer Hinsicht genutzt)

Nautische Kabellänge	Abk.: kbl (1/10 der Seemeile, Länge 185,2m)
Meridiantertie	Abk.: mt oder (’’’) Es ist der 3600.Teil einer Seemeile (’)
Faden	Es ist der etwa 100. Teil einer Kabellänge (ein englischer Faden ist 1,8288m lang.)
Fuß	Es ist der sechste Teil eines Fadens (ein englischer Fuß ist 0,3048m lang

Erdumfang auf die als Kugel angenommene Erde bezogen: ca. 40.000 km

Verhältnis:	360°	= 40.000 km	
	1°	= 111,11 km	
	1’	= 1852 m	60.Teil eines Grades
	1’’	= 30,87 m	60. Teil einer nautischen Minute
	1’’’	= 0,514 m	60. Teil einer nautischen Sekunde

a.) Ein Schiff läuft 12 kn (sm/h) — Zeiteinheit; Stunde — $\text{kn} = \frac{\text{sm}}{\text{h}}$

b.) Es läuft dann auch 2 kbl/min — Zeiteinheit: Minute — $\text{kbl/min} = \frac{\text{kbl}}{\text{min}}$

c.) Es läuft dann auch 12 mt/s — Zeiteinheit: Sekunde — $\text{mt/s} = \frac{\text{Mt}}{\text{s}}$

zu a.) $12\,\text{sm/h} \cdot 1852 = 22{,}224\,\text{km/h}$

zu b.) $\frac{12\,\text{sm} \cdot 10}{60\,\text{min}} = \frac{12}{6} = 2\,\text{kbl/min} = 185{,}2\,\text{m} \cdot 2 = 370{,}4\,\text{m}$

zu c.) $\frac{22224\,\text{m}}{60\,\text{min}} = 370{,}4\,\text{m/min} = \frac{370{,}4\,\text{m}}{60\,\text{s}} = 6{,}17\,\text{m/s} = \frac{6{,}17\,\text{m}}{0{,}514\,\text{m}} = 12\,\text{mt/s}$

Da die Zeit praktischer Weise in h/min in der Schifffahrt angegeben wird, muss jeweils das Sexagesimalsystem der Zeit auf das Dezimalsystem der Distanz umgerechnet werden.

Beispiel 1

Ein Schiff läuft vom Abfahrtsort zum Bestimmungsort in einer Zeit von 2h 36min. Es hat 45sm zurück gelegt. Mit welcher Geschwindigkeit ist das Schiff unterwegs?
Vergangene Zeit: 2h 36min = 156min = 2,6h, vergangene Distanz: 45 sm = 450 kbl

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v_{\text{kbl/min}} = \frac{450\,\text{kbl}}{156\,\text{min}} = \underline{\underline{2{,}88\,\text{kbl/min}}}$$

$$v_{\text{kn}} = \frac{2{,}88\,\text{kbl/min} \cdot 60\,\text{min}}{10} = 2{,}88\,\text{kbl/min} \cdot 6 = \underline{\underline{17{,}30\,\text{kn}}}$$

oder

$$v_{\text{kn}} = \frac{45\text{sm}}{2{,}6\text{h}} = \underline{\underline{17{,}30\,\text{sm/h}}}$$

oder

$$v_{\text{kn}} = \frac{45\,\text{sm} \cdot 60\,\text{min}}{156\,\text{min}} = \underline{\underline{17{,}30\,\text{kn}}}$$

Beispiel 2:
Ein Schiff läuft mit einer Geschwindigkeit von 18 kn vom Abfahrtsort ab. Es ist 10.35 Uhr. Um 12.20 Uhr berechnest Du die zurückgelegte Distanz! Wieviel Seemeilen wurden zurückgelegt?
Vergangene Zeit: 12.20 Uhr – 10.35 Uhr = 1h 45min =1,75h
1h = 18 sm

$$d = v \cdot t$$

$$d_{kbl} = 3\,\text{kbl/min} \cdot 105\,\text{min} = \underline{\underline{315\,\text{kbl}}}$$

$$d_{sm} = \frac{18\,\text{sm/h} \cdot 10}{60\,\text{min}} = \frac{18}{6} = 3{,}0\,\text{kbl/min} \cdot 105\text{min} = \frac{315\text{kbl}}{10} = \underline{\underline{31{,}5\text{sm}}}$$

oder

$$d_{sm} = 18\,\text{kn} \cdot 1{,}75\,\text{h} = \underline{\underline{31{,}5\,\text{sm}}}$$

oder

$$d_{sm} = \frac{18\,\text{sm}}{60\,\text{min}} \cdot 45\,\text{min} = 13{,}5\text{sm} \qquad d = 13{,}5\text{ sm} + 18{,}0\text{ sm} = \underline{\underline{31{,}5\text{ sm}}}$$

Beispiel 3
Ein Schiff läuft vom Abfahrtsort zum Bestimmungsort ein Distanz von 87sm ab. Es ist mit einer Geschwindigkeit von 15 kn unterwegs. Wieviel Zeit benötigt das Schiff für diese Distanz
Geschindigkeit: 15 sm/h = 2,5 kbl/min
abgelaufende Distanz: 87 sm = 870 kbl

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t_{min} \frac{870\,\text{kbl}}{2{,}5\,\text{kbl/min}} = 348\,\text{min}$$

$$t_h = \frac{87\,\text{sm}}{15\,\text{kn}} = \underline{\underline{5{,}8\,\text{h}}} \qquad 5{,}8\,\text{h} \cdot 60\,\text{min} = 348\,\text{min} = \underline{\underline{5\text{h } 48\text{min}}}$$

oder

$$t_{min} = \frac{87\text{sm} \cdot 60\text{min}}{15\text{kn}} = \underline{\underline{348\text{min}}} \qquad 348\text{ min} = \underline{\underline{5\text{h } 48\text{min}}}$$

5.) Interpolation

Unter Interpolation versteht man die Abschätzung eines y-Werts für einen gegebenen x-Wert, wenn zwei oder mehrere benachbarte Punkte P1 und P2 bekannt sind. Dabei verbindet man die bekannten Punkte mit einer Funktion eines bestimmten Typs und berechnet den unbekannten y-Wert für den interessierenden x-Wert mit Hilfe dieser Funktion. Im einfachsten (und vielleicht auch häufigsten) Fall wird die Interpolationsfunktion eine Gerade sein.

Beispiel 1:
Interpolierung der Ablenkung lt. Tabelle
Rechtweisender Kurs 254° aus der Seekarte
Wie groß ist der Wert der δ nach folgender Ablenkungstabelle?

rwK	δ
250°	+ 2,6°
260°	+ 1,5°

rwK = 260°	δ = + 1,5°	rwK = 250°
– rwK = 250°	δ = + 2,6°	rwK = 254°
ΔrwK = 010°	Δδ = – 1,1°	Δ = 004°

Möglichkeiten zur Berechnung

1.Möglichkeit

010° : (–) 1,1° = x : 004°

$$x = \frac{-1{,}1 \cdot 4}{10}$$

x = 0,44°

(+) 2,60°
+ (–) 0,44°
= (+) 2,16°

δ = (+) 2,16°

2. Möglichkeit

010° : (–) 1,1° = 001° : (–) 0,11°

$$(-)0{,}11° \cdot 004°) = 0{,}44°$$

2,6° – 0,44° = 2,16°

δ = (+) 2,16°

3.) Möglichkeit

Mittelwert für rwK 250°

$$\delta = \frac{(+)1{,}5° + (+)1{,}5°}{2}$$

δ = 2,05° für rwK 250°

δ = 0,11° für Δ rwK 001°
2,05°
+ 0,11°
= 2,16° für rwK 254°

δ = (+) 2,16°

Beispiel 2:
Berechnung des Sonnenaufgangs

Die geographische Breite des Standortes beträgt 53° 36'N. Es soll der Sonnenaufgang für den 06. August berechnet werden! Aus dem Nautischen Jahrbuch werden folgende Werte für den Sonnenaufgang (SA)abgelesen:

	φ 50°N	φ 55°N
04. Aug	04:33	04:13
09. Aug	04:40	04:22

φ 50°N

04. Aug
– 09. Aug
Δ d = 05

04h 40min
– 04h 33min
Δt = 00h 07min

04. Aug
– 06. Aug
Δ d = 02

Δ 7min : Δ5 d = Δ2 Tage: Δx min

$$\Delta x = \frac{\Delta\, 7\mathrm{min} \cdot \Delta 2\,\mathrm{d}}{\Delta 5\,\mathrm{d}}$$

Δx = 2,8min = 2min 48s

t = 04h 33min 00s
Δt = 00h 02min 48s
SA = 04h 35min 48s

φ 55°N

04. Aug
– 09. Aug
Δ d = 05

04h 22min
– 04h 13min
Δt = 00h 09min

04. Aug
– 06. Aug
Δ d = 02 .

Δ 9min : Δ5 d = Δ2 Tage: Δx min

$$\Delta x = \frac{\Delta\, 9\,\mathrm{min} \cdot \Delta 2\,\mathrm{d}}{\Delta 5\,\mathrm{d}}$$

Δx = 3,6min = 3min 36s

t = 04h 13min 00s
Δt = 00h 03min 36s
SA = 04h 16min 36s

04h 35min 48s (SA für 50°N)
– 04h 16min 36s (SA für 55°N)
= 00h 19min 12s (Δ SA)

φ 55°N
– φ 50°N
= Δφ 05°

φ = 53° 36' 00'' N
– φ = 50° 00' 00'' N
Δφ = 03° 36' 00'' .

00-19-12 : 05° 00' 00''= 03° 36' 00'': x

$$x = \frac{19{,}2 \cdot 3{,}6}{5{,}0}$$

x = 13,824 min = 00h 13min 49,3s

04h 35min 48s
+ 00h 13min 49s
= 04h 49min 37s

Der Sonnenaufgang findet für φ = 53° 36' 00'' N um 04-49-37 Uhr statt.