Astronomische Navigation
Mehr, als einfach nur ankommen!

Das Dualitätsprinzip der Geometrie

Die astronomische Navigation baut auf dem Grundprinzip, dass die Erde eine Kugelgestalt hat. Wäre dies nicht so, würde die astronomische Standortbestimmung nicht funktionieren. Folgende Darstellung soll dies veranschaulichen.

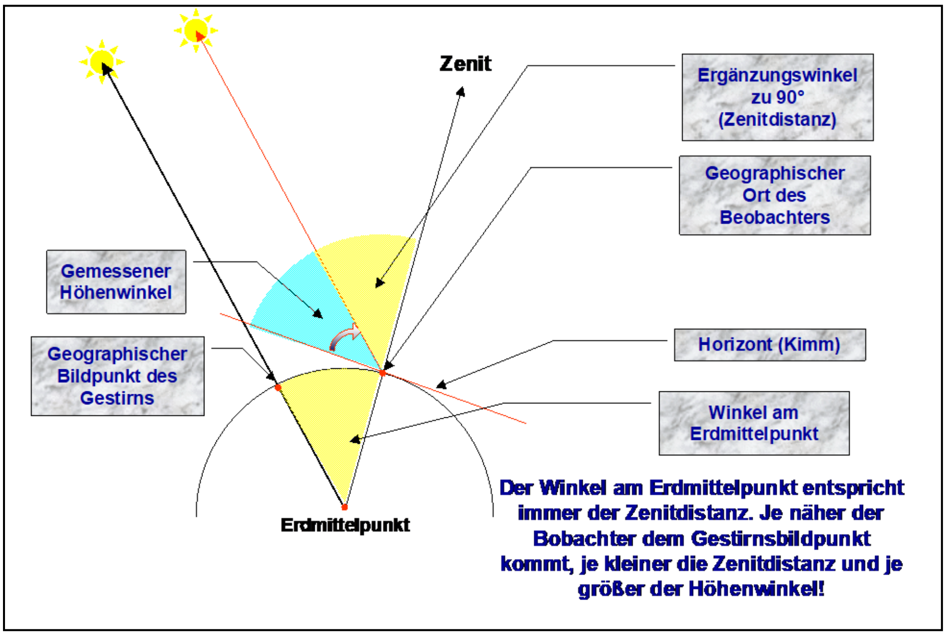


Abb.1

Im Gegensatz dazu basiert die Entfernungsmessung in der terrestrischen Navigation auf einem gänzlich anderen Prinzip, als die Einmessung der Höhe bzw. Zenitdistanz eines Gestirns, wie folgende Abbildung zeigt

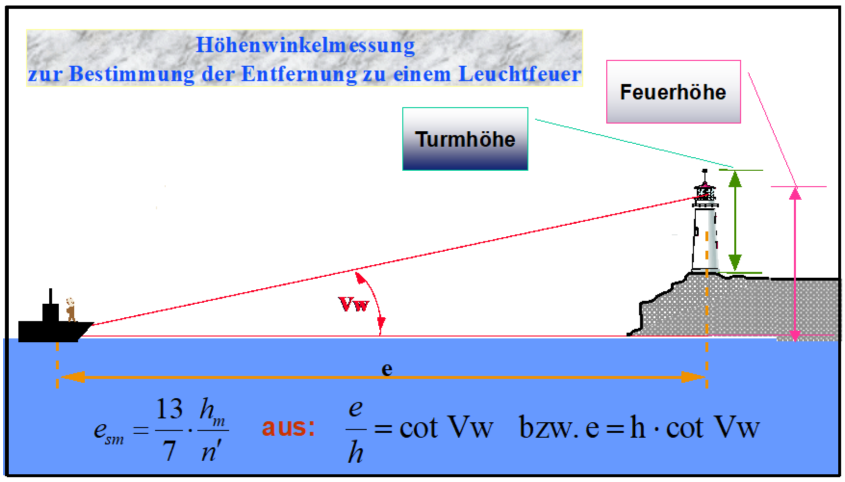


Abb.2

Der besondere Umstand liegt in der astronomischen Navigation in der Besonderheit, dass die Lichtstrahlen eines Gestirns zum Auge zweier Beobachters auf unterschiedlichen Standorten auf der Erdkugel immer parallel laufen. In der Abbildung 1 sind deshalb auch wegen dem parallelen Strahlenverlauf zwei Gestirne dargestellt, obwohl es sich nur um ein einziges Gestirn handelt. Die hier zutreffende mathematische Gesetzmäßigkeit ist die Gesetzmäßigkeit über die geometrischen Beziehungen zwischen Punkt und Gerader sowie über die Gesetzmäßigkeit der Dualität in der Geometrie, die hier an dieser Stelle nunmehr eingehender beschrieben werden soll. Dazu müssen wir einen Ausflug in die projektive Geometrie machen, die im Allgemeinen sehr stark von dem abweicht, was im Allgemeinen unter den Begriff analytische Geometrie zu verstehen ist. Denn hierbei handelt es sich um eine reine Geometrie der Lage unter dem Gesichtspunkt der Auffassungsgabe unseres Auges.

1.) Der Begriff Punkt beschreibt dabei einen Ort von dem erstens sowohl Strahlen in verschiedenen Richtungen ausgehen können (Ausgangspunkt), als auch zweitens sich Strahlen vereinigen bzw. scheiden können (Schnittpunkt). So sind im eigentlichen die Begriffe Punkt und Strahlenbüschel im Ergebnis dasselbe, auch wenn sie entstehungsgemäß verschieden sind. Liegt der Punkt unendlich weit entfernt, wie dieses nun mal bei allen Fixsternen der Fall ist, nehmen wir nur die ausgehenden Strahlen als parallele Gerade wahr.

2.) Geraden sind gleichfalls Punktreihen bzw. Punktreihen sind umgekehrt die Geraden. An diesem Ausdruck gibt es nichts weiter zu definieren, außer dass es sich hier um eine wechselseitige Kopplung handelt. Bei dem Lichtstrahl eines Fixsternes sind hier drei besondere Punkte der Punktreihe der Lichtgeraden des Fixsternes von besonderem Interesse. Es sind die zwei Schnittpunkte des Lichtstrahls mit der Oberfläche der als Kugel angenommenen Erde, das ist erstens der Gestirnsbildpunkt und zweitens der Standpunkt des Beobachters und ein theoretischer Schnittpunkt des Lichtstrahls mit dem Mittelpunkt der als Kugel angenommenen Erde, wobei hier die Punktreihe der Lichtgeraden Fixstern, Gestirnsbildpunkt, Kugelmittelpunkt gilt. Zwischen diesen drei ausgewählten Punkten lässt sich nun ohne weiteres ein Winkelbogen aufspannen (siehe Abb.1).

Obwohl von der reinen analytischen Geometrie her einwandfrei klar ist, dass der Sonnenmittelpunkt als ein Ausgangspunkt anzusehen ist, von dem die Strahlen als Geradenbüschel die Sonne verlassen, so ist doch experimentell nachgewiesen, dass die Sonnenstrahlen als Parallelen die Erde erreichen. Diese Erscheinung entspricht im Grunde nicht der Definition der Endlichkeit, denn theoretisch muss man die Sonnenentfernung und genauso auch schon die sehr viel größeren Fixsternentfernungen als endlich betrachten, auch wenn nur die Maßeinheit Lichtjahr dazu geeignet ist, die Entfernung zu den Fixsternen anzugeben. Erst mit der Entwicklung von sehr feinen Messgeräten wird es möglich sein, den Parallelismus von Strahlen, die aus einem endlichen Zentrum kommen, zu widerlegen. Theoretisch korrekter Weise ist eine wirkliche Parallelität der Strahlen eines Strahlenbüschels nur gegeben, wenn eine wirkliche Unendlichkeit der Entfernung zu einem sogenannten unendlich fernen Punkt vorliegt. Abschließend bleibt selbstverständlich die hypothetische Frage offen, wo denn dieser unendlich ferne Punkt liegt, wenn zwei Geraden parallel nebeneinander verlaufen. Hier wäre die Definition zu finden, wo denn die Endlichkeit aufhört und die Unendlichkeit beginnt. Es ist jedoch definitiv gegeben, dass diese Definition niemals gefunden werden kann.

Im Jahre 1822 durch Poncelet und im Jahre 1826 durch Gergonne unabhängig voneinander veröffentlicht, kam innerhalb der Geometrie ein Prinzip ans Licht, dass sich als das Gesetzt der Dualität bzw. als das Reziprositätsprinzip bezeichnet. Es handelt sich dabei um die naturgemäße Doppelseitigkeit eines Projektionsvorganges. Im Jahre 1640 veröffentlichte der Mathematiker Blaise Pascal seinen berühmten „Sechsecksatz“ über die Kegelschnitte. Obwohl Pascal das Dualitätsprinzip nicht kannte, ist es genau das Prinzip, welche die Dualität in der Geometrie veranschaulicht. Erst 160 Jahre später, im Jahre 1806 wurden durch Brianchon die Gesetzmäßigkeiten der geometrischen Dualität grundlegend zusammengefasst. Wollen wir das Pascalsche Beispiel einmal veranschaulichen:

Gegeben seien zwei schneidende Geraden (oder nach der Herleitung über den unendlichen Punkt auch zwei Parallele) mit den Bezeichnungen g und g_1. Auf diesen Geraden werden jeweils willkürlich drei Punkte festgelegt, die die Bezeichnungen A, A_1, B, B_1, C, C_1 tragen. Nun werden die Punkte verbunden und zwar A mit B_1, A_1 mit B, weiter B mit C_1, B_1 mit C und letztlich C mit A_1, C_1 mit A. Wie sicherlich bemerkt werden wird, entstehen durch die Schaffung genau dieser Verbindungen drei neue Punkte, die, werden diese verbunden, eine neue Gerade g_s entstehen lässt.

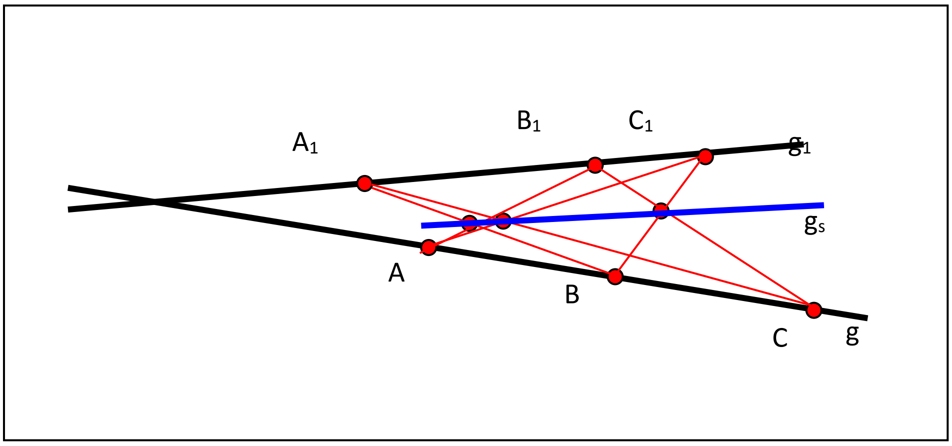


Abb 3

Die Dualität besteht nun darin, dass statt der gegeben zwei Geraden mit gleicher Berechtigung auch zwei Punkte P und P_1 gegeben sein können, in den denen sich jeweils drei Gerade a, b, c und a_1, b_1, c_1 paarweise schneiden. Logische Folge ist, dass sich nach dem oben beschriebenen System somit die Geraden a mit b_1, a_1 mit b, b mit c_1, b_1 mit c und schließlich c mit a_1 und c_1 mit a. zum Schnitt gebracht werden müssen.

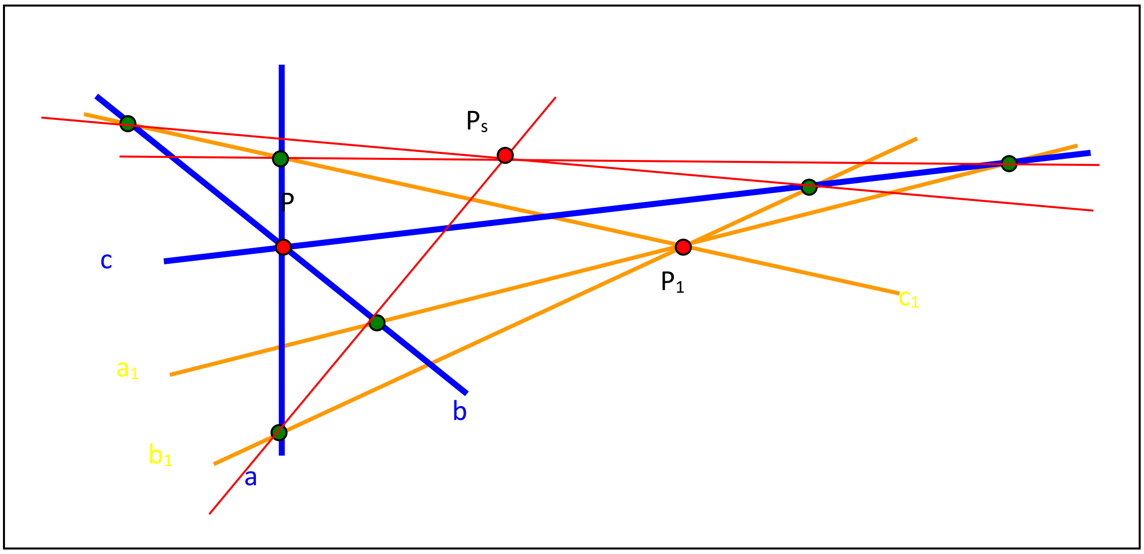


Abb 4

Nun ist der Umkehrschluss dieser Konstruktion folgendes: Wenn in Abbildung 3 die Verbindungspunkte eine Gerade liefern, dann müssen die drei Verbindungsgeraden in Abbildung 4 durch einen und denselben Schnittpunkt P_s gehen. Verbindet man nun die Schnittpunkte, so wie in obigerer Reihenfolge benannt, so entsteht tatsächlich der gemeinsame Schnittpunkt P_s aller drei Verbindungslinien. Der Leser wird sich jetzt sicher fragen, was diese Beweisführung mit der astronomischen Navigation zu tun hat. Hier sei an dieser Stelle vorausgeschickt, dass die Bildpunktreihen der Fixsterne auf der als Kugel angenommenen Erde sich als Kleinkreise getreu den Breitenparallelen darstellen und diese sich mit dem als Großkreis auf der Erdkugel gezeichneten Schiffsweg kreuzen können. Es vollziehen sich auf

der Kugelsphäre die gleichen projektiven Gesetze, wie auch hier in der Ebene mittels Geraden dargestellt. Wie dieses duale geometrische Gesetz für die Navigation an der sich drehenden Himmelskugel nun angewandt wird, dass soll an späterer Stelle eindeutig beschrieben und nachvollzogen werden.
In der Weiterführung des Prinzips der astronomischen Navigation muss als erstes auf die Darstellungsart der Umwelt in unserem Auge eingegangen werden. Das Netzhautbild an der Rückwand unseres Auges ist nichts weiter, als ein Schnitt eines Strahlenbündels einfallender Lichtstrahlen, wobei die Projektion der sogenannten Zentralperspektive zum Tragen kommt. Die Projektionsstrahlen gehören hierbei immer einem zentrischen Bündel an. Nur eine in Zentralprojektion konstruierte Abbildung stimmt demnach wirklich mit dem überein, was wir als das Abbild unserer Umwelt durch unser Auge sehen können. Eine in Parallelperspektive konstruierte Figur ist somit mehr oder weniger abstrakt, denn in der Realität kann unser Auge keine Parallelprojektion erkennen. Erinnert sei an das Abbild eines Schienenstranges in unserem Auge, welcher in der Ferne zusammenzulaufen scheint. Alle zeichnerischen Darstellungen, in der die Parallelperspektive gewählt wird, sind somit im eigentlichen Sinne abstrakte Darstellungen in Bezug auf das wirkliche Sehen. Genau dieser Effekt macht es so schwer, die Bewegung der Gestirne in Bezug auf unseren Schiffsweg direkt und ohne besondere Berechnungen für die Navigation zu verwenden. Wir sehen faktisch anders, als wir konstruieren.
Für die Durchführung der astronomischen Navigation sind alle Gestirne auf eine nicht im Durchmesser bestimmten Himmelskugel bezogen. Der Durchmesser dieser scheinbaren Himmelskugel kann gleich groß der Erde, aber auch unendlich groß sein. Verbindet man den Mittelpunkt eines Gestirns an der scheinbaren Himmelskugel mit dem Erdmittelpunkt, so trifft diese Verbindung einen Punkt auf der Erdoberfläche, der als Gestirnsbildpunkt bezeichnet wird. Dieser Gestirnsbildpunkt lässt sich in geographische oder auch in astronomische Koordinaten ausdrücken.
Die Drehung der Erde bewirkt eine Drehung der scheinbaren Himmelskugel von Ost nach West. So gehen alle Gestirne im Osten auf und im Westen unter.

Grundlage jedes Kugelkoordinatensystems sind die Achse und die Grundebene, sowie ein Leitpunkt auf dem Grundkreis

Begriff	*Definition*	*geographisches Koordinaten-system*	*Horizont-system*	*ruhendes Äquatorsystem*	*rotierendes Äquatorsystem*
Achse	Gerade durch den Kugelmittelpunkt	Erdachse vom Nordpol zum Südpol	Himmelsachse vom Nord- zum Südpol des Himmels	Himmelsachse vom Nord- zum Südpol des Himmels	Himmelsachse vom Nord- zum Südpol des Himmels
Grundebene	Ebene durch den Kugelmittelpunkt, senkrecht zur Achse	Äquatorebene	Äquatorebene	Äquatorebene	Äquatorebene
Grundkreis	Umfang der Grundebene	Erdäquator	Horizont	Himmeläquator	Himmeläquator
Pole	Schnittpunkte der Achse mit der Kugeloberfläche	Nord- und Südpol der Erde	Zenit und Nadir	Himmelsnord-pol und Himmelssüdpol	Himmelsnord-pol und Himmelssüdpol
Mittelpunkt	Kugelmittelpunkt	Erdmittelpunkt	Beobachtungsort, bezogen auf den Erdmittelpunkt	Erdmittelpunkt	Erdmittelpunk
Koordinate	Winkel mit dem Scheitel im Kugelmittelpunkt	Winkel am Erdmittelpunkt	Winkel am Beobachtungsort, auf den Erdmittelpunkt bezogen	Winkel am Beobachtungsort, auf den Erdmittelpunkt bezogen	Winkel am Erdmittelpunkt
Abstands-winkel	erste Koordinate, Abstand von der Grundebene Winkel AMS	geographische Breite (φ)	Höhe (h)	Deklination (δ)	Deklination (δ)
Richtungs-winkel	zweite Koordinate, gemessen auf der Grundebene von einem Leitpunkt aus. Winkel BMA	geographische Länge (λ)	Azimut (a)	Stundenwinkel (t)	Rektaszension (α) oder Sternenwinkel (β)
Leitpunkt		Schnittpunkt des Meridians von Greenwich mit dem Erdäquator	Südpunkt des Horizonts	Schnittpunkt des Himmeläquators mit dem Meridian	Frühlingspunkt (♈)

Geographisches Koordinatensystem

Um einen Ort auf der Erdoberfläche festzulegen, bedarf es zweier Bezugslinien, auf die man die Lage des Ortes bezieht. Das sind: der *Äquator* (lat. Gleicher), der die Erdkugel in eine nördliche und eine südliche Hälfte teilt, und der *Nullmeridian* (lat. *circulus meridianus*, Mittagskreis). Auf diesen beiden Bezugskreisen baut sich das geographische Koordinatensystem auf.. Die Breitenkreise verlaufen als Kleinkreise parallel zum Äquator (00°) und nehmen um den Kosinus der Breite zu den Polen hin ab, so dass sie an den Polen (90°) als Punkt erscheinen. Zum Nordpol hin spricht von nördlichen (+) Breiten (φN). und zum Südpol hin von südlichen (–) Breiten (φ S). Die Meridiane oder Mittagskreise verbinden die Pole und stehen senkrecht auf den Äquator. Diese als Länge bezeichneten Großkreise zählen von 000° (Greenwicher Meridian) bis 180° Ost (E) (engl. East) und bis 180° (W). Der 180° Meridian wird gleichzeitig auch als Datumsgrenze bezeichnet. In der Astronomie werden die westlichen Längen mit einem positiven (+) und die östlichen Längen mit einem negativen (–) Vorzeichen versehen. Der Grund liegt in der Verknüpfung der geographischen Länge mit dem unten beschriebenen Stundenwinkelsystem, welches im Uhrzeigersinn zu 360° oder 24 Stunden zählt. Infolge der Erdrotation errechnet sich eine 360° Erddrehung zu 24 Std. Somit kann die geographische Länge auch im Zeitmaß angegeben werden. Geographische Koordinaten (lat. Zugeordnete) sind somit immer ein Längen- und ein Breitengrad. Das Grad in der 360° Einteilung ist als einzige Angabe von Koordinaten jedoch zu ungenau. Hier besteht die Teilung des Grades zu 1° = 60' (nautische Minuten); 1' = 60" (nautische Sekunden) bzw. 1" zu 60'" (Meridiantertien), wobei 1' auch einer (nautischen) Seemeile (1852 m) entspricht. Somit kann man jeden Ort der Erde einer genauen Koordinate zuordnen.

Um den Ort eines Sternes am Himmel zu bestimmen, hat die Astronomie im Wesentlichen fünf Koordinatensysteme entwickelt, die sämtlich mit dem geographischen Koordinatensystem verknüpft sind. Zwei dieser Koordinatensysteme, das Ekliptiksystem und das galaktische System haben für die sphärische Astronomie kaum Bedeutung, deshalb wird auf diese nicht im Besonderen eingegangen.

Für weitere Erläuterungen denkt man sich die Himmelskugel als eine Hohlkugel von unendlich großem Durchmesser, gleichfalls kann der Durchmesser dieser Kugel aber gleich groß dem Durchmesser der als Kugel angenommenen Erde sein. Im Mittelpunkt dieser Hohlkugel befindet sich die Erde.

Breitenunterschied

Der Breitenunterschied (*b*) zweier Orte ist das Bogenstück eines Meridians zwischen den Breitenparallelen dieser Orte. Der Breitenunterschied erhält seine Bezeichnung Nord oder Süd nach der Richtung vom Abfahrtsort (A) zum Bestimmungsort (B).

$$b = \varphi_B - \varphi_A$$

Längenunterschied

Der Längenunterschied (*l*) zweier Orte ist das Bogenstück des Äquators oder der sphärische Winkel am Pol zwischen den Meridianen dieser Orte.
Der Längenunterschied erhält seine Bezeichnung Ost oder West nach der Richtung vom Abfahrtsort (A) zum Bestimmungsort (B).

$$l = \lambda_B - \lambda_A$$

Seemeile und Abweitung

Allgemein wird die Länge einer Bogenminute auf einem größten Kreis (Meridiane und Äquator) der Erdkugel definiert. Es ergibt sich dann die einfache Beziehung, dass sie der 21600. Teil des Erdumfangs ist. Damit wird beim Fahren auf einem Meridian oder dem Äquator mit jeder Seemeile ein Breiten- bzw. Längenunterschied von 1' zurückgelegt.

Auf Grund von in den einzelnen Ländern unterschiedlich durchgeführten hydrographischen Vermessungen der Erde haben sich auch unterschiedliche Längen für eine Seemeile ergeben.

zum Beispiel:	Japan	mit 1853,18 m
	Dänemark	mit 1851,85 m
	Portugal	mit 1850,00 m

Zur Vereinheitlichung und für Vergleichszwecke wurde deshalb im Jahre 1928 vom Internationalen Hydrographischen Büro (Sitz in Paris) vorgeschlagen, die Länge einer Seemeile auf 1852,00 m zu setzen.

Da die Breitenparallele mit wachsender geographischer Breite ihren Umfang verringern, ist auf ihnen die Bogenminute nicht gleichlang. Dieser Unterschied wird durch den Begriff der Abweitung (*a*) berücksichtigt.

Die Abweitung (*a*) ist das zu einem Längenunterschied gehörende Bogenstück eines Breitenparallels, ausgedrückt in Seemeilen (sm).

$$a = l \quad \cos \varphi \tag{18}$$

$$l = a : \cos \varphi \tag{19}$$

Der Breitenparallelbogen und Äquatorbogen verhalten sich zueinander wie ihre Radien.

Die Tabelle gibt an, wieviel Seemeilen einem Längenunterschied von 1° (60’) auf einem Breitenparallel entsprechen.

Breitenparallel in Grad	1° Längenunterschied in sm
90°	0,0 sm
80°	10,4 sm
70°	20,5 sm
60°	29,9 sm
50°	38,5 sm
40°	45,8 sm
30°	31,8 sm
20°	56,3 sm
10°	58,9 sm
0°	60,0 sm

Loxodrome und Orthodrome

Als Loxodrome bezeichnet man eine Linie, die alle Meridiane unter gleichem Winkel schneidet. Auf der Loxodrome bewegt sich ein Schiff, wenn ein konstanter Kurs gehalten wird. Somit sind Loxodromen sphärische Kurven, deren Tangenten mit der Nord-Südrichtung in jedem ihrer Punkte einen konstanten Winkel einschließen. Ein auf loxodromischen Kurs fahrendes Schiff würde den Nord- oder Südpol auf einer Spiralkurve umlaufend erreichen. Dieser Kurvenbogen ist kein Großkreis, denn ein Großkreis schneidet die Meridiane nicht unter einem konstanten Winkel. Der Großkreis ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Orten auf der als Kugel angenommenen Erde (siehe vorherigen Abschnitt). Die sphärische Richtung zwischen diesen beiden Orten bezeichnet man als Orthodrome. Sie schneidet auf einer winkeltreuen Karte (Mercartorprojektion) die Meridiane unter einem sich ständig ändernden Winkel. Konstruiert man ein Abbild der Erde als stereographische Normalprojektion, bei der die Meridiane als Geradenbüschel von einem Pol ausgehen, so stellt das Bild der loxodromen Verbindung zweier Punkte eine logarithmische Spirale dar. Wegen der Winkeltreue ist das Bild der Loxodromen eine Kurve, die die Geraden des Büschels unter einem festen Winkel schneidet. Dies leistet nur eine logarithmische Spirale. Wenn eine Karte nun so verzerrt wird, dass die Meridiane parallel in einem gleichen Abstand zu einander stehen, während die Abstände der Breitenparallele ständig wachsen, um die Abweitung auszugleichen, wird sich die Loxodrome als Gerade darstellen, die die Meridiane unter gleichen Winkel schneidet. Das logarithmische Verhalten der Loxodrome bleibt davon natürlich unberührt.

Stundenwinkelsystem

Die *Himmelsachse* ist die Verlängerung der Erdachse und wird durch den *nördlichen* und den *südlichen Himmelspol* begrenzt. Der *obere Pol* ist der Himmelspol an der unendlich großen Himmelskugel über dem Betrachter. Der *Himmeläquator* liegt in der Ebene des Erdäquators. Die *Stundenkreise* führen, so wie die Meridiane im geographischen Koordinatensystem von Pol zu Pol, während die *Deklinationskreise*, gleich den Breitenkreisen der Erde, parallel zum Äquator verlaufen. Die Himmelskugel dreht sich innerhalb von 23h 56 min 4s einmal um die Erde. Die Stundenwinkel (t) werden von 000° beginnend im Uhrzeigersinn bis 360° gezählt, denn die Erde dreht sich aus dem Weltall betrachtet von West nach Ost. Demzufolge führt die scheinbare Himmelskugel, da die Erde als feststehend betrachtet wird eine Drehung von Ost nach West aus. Alle Gestirne, die auf- und untergehen, gehen im Osten auf und im Westen unter. Somit wächst der Stundenwinkel im gleichen Sinne wie die Zeit. Die Zählung des Stundenwinkels erfolgt entgegen der halbkreisigen Zählweise der geographischen Länge vollkreisig im Uhrzeigersinn. Auf die Ebene des Himmelsäquators wird die 360°-teilige Kompassrose aufgelegt. Die 0° Marke entspricht dem 12 Uhrkreis, analog dem Null- oder Greenwicher Meridian, (Süd oder Mittagskreis) die 90° Marke entspricht dem 18 Uhrkreis (West oder Abend), die 180° Marke entspricht dem 24 Uhrkreis (Nord oder Mitternacht) und die 270° Marke entspricht dem 6 Uhrkreis (Ost oder Morgen). Dieser Stundenwinkel kann somit sowohl in Grad- als auch im Stundenmaß angeben werden. Für Berechnungen ist es jedoch vorteilhafter den Stundenwinkel in Gradmaß anzugeben. Um den Standort des Beobachters mit in das Stundenwinkelsystem einbeziehen zu können, wird die Länge des Beobachtungsstandortes in den vollkreiszähligen Stundenwinkel umgerechnet. Der Stundenwinkel (t), auch als Greenwicher Stundenwinkel (Grt) bezeichnet, wird zum Stundenwinkel eines Beobachtungsortes oder zum Ortstundenwinkel (OSW), indem wir die östliche Länge des Beobachtungsortes zum Grt addieren bzw. indem wir die westliche Länge unseres Beobachtungsortes vom Grt subtrahieren. Dieser errechnete Wert ist dann der OSW, der in eine halbkreisige Zählweise umzurechnen ist. Ist der OSW kleiner als 180°, wird er als westlicher Stundenwinkel (t_w) bezeichnet. Ist er dagegen größer als 180°, erhält er die Bezeichnung östlicher Stundenwinkel ($t_ö$). Diese Umrechnung deckt sich dann mit den Richtungs- bzw. Zeitmarken im Stundenwinkelsystems.

Horizontsystem

Das Horizontsystem ist vom Standort des Beobachters, also von den geographischen Koordinaten abhängig. Ändert ein Beobachter seinen Standort auf der Erdoberfläche, ändern sich auch die Lage des Horizontsystems gegenüber den geographischen Koordinaten. Als *scheinbare Horizontebene* oder *sichtbarer Horizont* (Kimm) wird die Tangentialebene an der Erdkugel im Standort des Beobachters bezeichnet. Bei Höhenmessungen von Gestirnen muss das Beobachtungsergebnis auf den durch den Mittelpunkt der Erde parallel verschobenen und deshalb als *wahrer Horizont* bezeichneten korrigiert werden. Bei der Sonne sind es 9“, beim Mond ca. 1°, bei den Planeten sind es je nach Planet verschiedene Werte, Fixsterne benötigen diese Korrektur nicht, da sie so weit entfernt sind, so dass der Unterschied zwischen Erdmittelpunkt und dem Beobachtungsort an der Erdoberfläche entfallen kann. Diese Korrektur wird als *Parallaxe* bezeichnet. Der Großkreis an der Himmelskugel der die Horizontebene begrenzt heißt *Horizontkreis*. Der dem Erdmeridian im Standort des Beobachters entsprechende Stundenkreis heißt *Himmelsmeridian*. Auf dem Himmelsmeridian liegen der *Zenit*

(Scheitelpunkt), der *Nadir* (Fußpunkt), die Himmelspole ebenso wie der *Nordpunkt* und der *Südpunkt*. Die Verbindung zwischen Zenit und Nadir ist das *Lot*, welches senkrecht zur Horizontebene steht und gleichzeitig durch den Erdmittelpunkt geht. Der Großkreis durch den Zenit, der rechtwinklig auf den Himmelsmeridian steht, heißt *Erster Vertikal*. Der wahre Horizont schneidet den Himmelsäquator im West- und Ostpunkt. in diesen Punkten schneidet auch der Erste Vertikal den wahren Horizont. Das Azimut (arab. as sumut, die Wege) wird in der Ebene des wahren Horizonts gemessen, und zwar nach folgenden Zählweisen:

	astronomische Zählung		geodätische oder nautische Zählung		
	vollkreisige Zählung	halbkreisige Zählung	vollkreisige Zählung	halbkreisige Zählung	viertelkreisige Zählung
Leitpunkt	Südpunkt	Südpunkt	Nordpunkt	Nord- und Südpunkt	Nord- oder Südpunkt
Zählrichtung	von 000° bis 360° über West, Süd, Ost wieder nach Süd	+ 000° bis + 180° nach West und –000° bis –180 nach Ost	von 000° bis 360° über Ost, Süd, West wieder nach Nord	von 000° bis 180° nach West oder Ost	000° bis 090° nach Ost oder West
Westpunkt	090°	+ 090°	270°	090°	090°
Ostpunkt	270°	– 090°	090°	090°	090°

Vergleichen wir nun die Einteilung des Stundenwinkels mit den Azimutwerten an der Kompassrose eines Kompasses, so wird uns auffallen, dass die 0° oder 360° Marke die Nordrichtung, die 90° Marke die Ostrichtung, die 180° Marke die Südrichtung und die 270° Marke die Westrichtung bezeichnen. Dieser offensichtliche Gegensatz besteht aber nur scheinbar, denn die auf die Äquatorebene aufgelegte Kompassrose ist im Stundenwinkelsystem auf den Greenwicher Meridian, an der Himmelskugel als Himmelsmeridian bezeichnet, justiert, während die Kompassrose eines das Azimut anzeigenden Kompasses auf den Nordpol (Himmelsnordpol) justiert ist. Befindet sich nun ein Beobachter auf irgend einer Breite der Nordhalbkugel, so wird der Azimutwert am Kompass 180° anzeigen, wenn der Leitpunkt, dass heißt der Punkt, wo sich der Himmelsäquator mit dem Himmelsmeridian kreuzt, gepeilt wird. Steht ein Beobachter auf den Nord- oder Südpol, ist der Kompass und somit auch das Azimut nicht mehr justiert. Alle Sterne, bis auf den Zenitstern stehen in südlicher Richtung vom Nordpol aus gesehen bzw. in nördlicher Richtung vom Südpol aus gesehen. Bei Zenitsternen ist es nicht möglich, einen Azimutwinkel anzugeben.

Die Höhe wird über dem wahren Horizont von 00° (Horizontlinie) bis +90° (Zenit). Diese Höhenkreise führten früher die arabische Bezeichnung Almukantarate. Negative Höhenangaben von 00° bis – 90° (Nadir) bedeuten, dass sich das Gestirn unter dem wahren Horizont befindet.

Das nautische oder astronomische Grunddreieck

Diese beiden sphärischen Koordinatensysteme lassen sich nun mit dem geographischen Koordinatensystem der Erde verknüpfen, weil beide Systeme ihren Ursprung im Mittelpunkt der Erde haben. Als Ergebnis dieser Verknüpfung erhalten wir das für die Astronomie so wichtige astronomische Grunddreieck , in der Seefahrt auch als nautisches Grunddreieck bezeichnet. Ein Himmelsbeobachter kann das Azimut und die Höhe eines Gestirns direkt einmessen, wenn seine zur Messwertgewinnung benutzten Geräte auf den Zenit bezogen ist. Die Deklination und den Stundenwinkel gewinnt er, wenn diese Geräte auf den Himmelspol justiert sind. Es ist möglich, aus drei Werten, drei fehlende Werte zu berechnen. So kann der Beobachter z.B. aus der Breite φ, der Länge λ (zur Berechnung von t nötig), aus dem Stundenwinkel t und der Deklination δ die Höhe h und das Azimut A berechnen.

Angemerkt sei noch, dass mit dem Kompass ausgeführte Azimutmessungen nie genauer als 0,25° sein können. Die 0,25° auf die Erdkugel bezogen und in Längenmaß ausgedrückt, bedeutet eine Messungenauigkeit von 15 nautischen Seemeilen oder ca. 28 km. Deshalb ist es genauer, Azimute für eine geographische Position zu berechnen, als zu messen, es sei denn man verfügt über einen der Erdvermessung dienenden Theodoliten bzw. über ein teures astronomisches Fernrohr.
Der Punkt im System des Himmelsäquators, der den Himmelspol darstellt, ist im System des wahren Horizonts mit dem Zenitpunkt gleichzusetzen. Die sphärische Strecke zwischen diesen beiden Punkten wird im astronomischen Grunddreieck als Pol-Zenitdistanz bezeichnet. Die Länge dieser Distanz ist abhängig von der Lage des Zenitpunktes an der Himmelskugel. Der Zenitpunkt ist wiederum abhängig vom Standort des Beobachters. Befindet sich der Beobachter auf dem Pol, ist die Pol-Zenitdistanz gleich Null, befindet sich der Beobachter am Äquator, beträgt muss die Pol-Zenitdistanz demzufolge 90° betragen. Das heizt das Kompliment der geographische Breite ist gleich der Pol-Zenitdistanz. Je höher die Breite, desto geringer die Pol-Zenitdistanz und umgekehrt. Um die Stellung eines Gestirns auszudrücken ist es nun wichtig, die Distanzen desselben zum Zenit einerseits und zum Pol andererseits zu definieren. Die Strecke zwischen Stern und Zenit wird als Zenitdistanz und die Strecke zwischen Stern und Pol wird als Poldistanz bezeichnet. So wie die Pol-Zenitdistanz sich als Kompliment der geographischen Breite ausdrückt, stellt die Poldistanz das Kompliment der Deklination und die Zenitdistanz das Kompliment der Höhe da, denn das Distanzstück der Poldistanz ist gleichzeitig ein Großkreisstück des Stundenwinkelkreises und das Distanzstück der Zenitdistanz ist gleichzeitig ein Großkreisstück des Vertikalkreises (Azimut). Während sich das Deklinationsparallel eines Gestirns senkrecht mit dem Großkreis des Stundenwinkels schneidet, schneidet sich das Höhenparallel senkrecht mit dem vertikalen Großkreis.

Als Winkel im nautischen Grunddreieck bilden sich:

- ⇒ am Punkt A als Gestirn (G): zwischen den Strecken Poldistanz und Zenitdistanz - der parallaktische Winkel (q), er schließt die Pol-Zenitdistanz ein.
- ⇒ am Punkt B als Pol (HP): zwischen der Strecke Poldistanz und Pol-Zenitdistanz - der Stundenwinkel (t), er schließt die Zenitdistanz ein.
- ⇒ am Punkt C als Zenit (Z): zwischen der Strecke Pol-Zenitdistanz und der Poldistanz - das Azimut (a), er schließt die Poldistanz ein.

Als Seiten im nautischen Grunddreieck bilden sich:
⇒ a Pol-Zenitdistanz ($90° - \varphi$)
⇒ b Zenitdistanz ($90° - h$)
⇒ c Poldistanz ($90° - \delta$)

Mit diesen astronomisch-mathematischen Beziehungen sind die Koordinatensysteme miteinander verknüpft und der Navigator in die Lage versetzt, jederzeit das astronomische Grunddreieck zu zeichnen, indem die Meridianfigur -so nennt sich die zeichnerische Darstellung eines Gestirns in Abhängigkeit von seinen jeweiligen Koordinaten des entsprechenden Bezugssystem- konstruiert wird. Um die Größen im sphärischen Dreieck berechnen zu können, gelten die mathematischen Beziehungen für sphärische Dreiecke.

Die Ekliptik (griech. Verfinsterungslinie) ist der Großkreis an der Himmelskugel, auf dem die Sonne im Laufe eines Jahres von West nach Ost und über Nord zurück nach West wandert. Die Ekliptik schneidet den Himmeläquator im Frühlings- (♈) und im Herbstpunkt. Die Ekliptik ist um 23° 27' 08" zum Äquator geneigt. Die Ekliptik ist in 12 Bogen zu je 30° unterteilt. Jeder dieser Bogen ist nach dem Sternbild, in dem er liegt, benannt Diese zwölf Sternbilder bezeichnen sich auch als Tierkreiszeichen, demzufolge diese Bahn auf der Ekliptik auch Tierkreis genannt wird.

1. Widder
2. Stier
3. Zwillinge
4. Krebs
5. Löwe
6. Jungfrau
7. Waage
8. Scorpion
9. Schütze
10. Steinbock
11. Wassermann
12. Fische

Infolge der Rotation der Erde von West nach Ost scheint sich der Himmel in entgegengesetzter Richtung zu drehen, wobei die Fixsterne parallele Kreise durchlaufen. Jeder Stern passiert im Laufe eines Tages zweimal den Himmelsmeridian. Den Übergang von der östlichen auf die westliche Himmelshalbkugel nennt man obere Kulmination, den 12 Stunden später erfolgenden untere Kulmination. Den Weg vom Aufgangspunkt zum Untergangspunkt bezeichnet man als Tagbogen. Die Lage des Tagbogens zum Horizont hängt von der geographischen Breite ab. Ein Teil der Sterne, die Zirkumpolarsterne, gehen dabei für eine bestimmte Breite nie unter, andere kommen niemals über den Horizont. Ob ein Stern täglich auf- und untergeht, hängt von der Deklination des Sterns und vom jeweiligen Beobachtungsort ab. Zirkumpolarsterne vollziehen somit eine kreisförmige Bahn um den Pol. Als Nordpol nächster Stern gilt der Polarstern. Diese Bahn hat vier ausgezeichnete Stellungen. Erreicht der Stern beim Durchgang durch den Meridian seine größte Höhe, so kulminiert der Stern in seinem oberen Kulminationspunkt. Der Stern erreicht auf seiner kreisförmige Bogen eine größte westliche Abweichung von der Meridianlinie (größte westliche Digression), dabei ist sein Azimut am kleinsten. Ist die Gestirnshöhe am kleinsten, durchmisst der Stern seinen unteren Kulminationspunkt. Seine größte östlichste Abweichung (größte östliche Digression) erreicht der Stern, wenn sein Azimut am größten ist. An Hand der Digressionswerte kann genau die Nordrichtung oder Südrichtung ermittelt werden.

Die Präzession (lat. praecedere, vorrücken) ist eine Folge der Drehbewegung der Erde, die vor allem durch die Gravitationskräfte des Mondes und Sonne bewirkt wird. Die Erdachse beschreibt, gleich der Bewegung eines Kreisels, den Mantel eines Doppelkegels, dessen Spitze sich im Erdmittelpunkt befindet und dessen Achse auf den Pol der Ekliptik weist. Ein Umlauf der Erdachse auf dem Kegelmantel dauert etwa 25700 Jahre. Mit dieser Verlagerung der Erdachse ist eine Verlagerung des Himmelsäquators verbunden. Die Folge ist, dass der Frühlingspunkt jährlich um 50,3" auf dem Tierkreis westwärts (rückläufig) wandert. Das ergibt in 72 Jahren etwa 1°, in 2100 Jahren etwa 30° und in etwa 25700 Jahren 360°. Das heißt: Alle 2100 Jahre gelangt der Frühlingspunkt in eine neues Sternbild des Tierkreises und hat in 25700 Jahren alle Tierkreisbilder durchlaufen. Da man aber die Zeichen des Tierkreises, wie zu Zeiten Ptolemäus mit dem Widder beginnend, vom Frühlingspunkt zählt, so sind die Zeichen nicht mehr gleichlautend mit den Sternbildern nach denen sie ursprünglich benannt waren. Der Frühlingspunkt befindet in heutiger Zeit im Sternbild Fische und wird bald das des Wassermanns erreicht haben. Der Himmelspol befindet sich deshalb zur Zeit in der Nähe des Sternes *Polaris*, Sternbild Kleiner Bär. Er wird diesem noch näher rücken. In 6000 Jahren wird

α Cephei und in 12 000 Jahren wird Wega unser Polarstern sein. Zur Präzession führt die Erde noch eine andere Bewegung aus. Dies sind relativ kurzzeitige Schwankungen der Erdachse, als Nutation (lat. nippen, schwanken) bezeichnet. Diese Bewegung hat ihre Ursache in den relativen Stellungen der Sonne, des Mondes und der Planeten zur Erde. Entsprechend diesen Stellungen wirkt eine schwankenden Gravitationskraft, ausgehend von diesen Himmelskörpern auf die Erde, was zu den periodischen Nippbewegungen der Erdachse führt.

Rektaszension

Als *Rektaszension* oder *gerade Aufsteigung* (α) wird der Winkelabstand des Deklinationskreises eines Sterns vom Frühlingspunkt bezeichnet. Anders ausgedrückt ist es der Winkel zwischen Frühlingspunkt und dem Schnittpunkt zwischen Himmeläquator und dem Stundenkreis des Gestirns. Er wird vom Frühlingspunkt aus entgegen der täglichen Bewegung der Himmelskugel im Zeitmaß (0h bis 24h) gemessen. Der Frühlingspunkt hat die Koordinaten $\alpha = 000°$, $\delta = 00°$. Die Koordinaten des ruhenden Äquatorsystem (Stundenwinkelsystem) sind die Deklination und die Rektaszension. Sie sind unabhängig vom Beobachtungsort und von der Zeit. Deshalb wird das rotierende Äquatorsystem vorzugsweise als Grundlage für Sternkarten und Sternatlanten benutzt 00-00-00 Uhr (000° 00' 00") Sternzeit ist erreicht, wenn ein Stern in der oberen Kulmination im Himmelsmeridian (Verbindung Himmelspol zum Nordpunkt und darüber hinaus) steht. 01-00-00 Sternzeit bedeutet dann, dass ein anderes Gestirn genau 1 h = 15° östlich vom 00-00-00 Uhr steht. Die Rektaszension eines Sternes ist also gleich der Sternzeit T seines Durchgangs durch den Himmelsmeridian in der oberen Kulmination. Der Sterntag beginnt mit der oberen Kulmination des Frühlingspunktes. Die Sternzeit (Rektaszension) ist gleich dem in Sternzeiteinheiten ausdrückten Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Dieselben Fixsterne kulminieren somit an ein und demselben Ort jeden Tag zur gleichen Sternzeit. Sie sind für einen festen Standort an allen Tagen des Jahres zur gleichen Sternzeit an demselben Ort des Himmels zu finden. Der Winkel am Himmelspol zwischen dem Stundenkreis eines Fixsterns, der in entgegengesetztem Sinne wie die Rektaszension gezählt wird, ist der Sternwinkel (β). Es besteht die Beziehung $\beta = 360° - \alpha$. In der Addition des somit feststehenden Sternwinkel β mit dem sich ständig ändernden Greenwicher Stundenwinkel des Frühlingspunktes (Grt ♈) erhält man den Greenwicher Stundenwinkel des Gestirns.

<u>Leitpunkt:</u> Schnittpunkt der Grundkreise (des Greenwicher Meridians mit dem Äquator) und der Lotrechten (r) zum Erdmittelpunkt

Das Inertialsystem Erde ist somit ein räumliches kartesisches Koordinatensystem, der Übergang zu einem Polarkoordinatensystem wird gewährleistet, wenn der Koordinatenursprung im Erdmittelpunkt oder auf einem Pol bezogen wird. Als Raummaß für dieses Koordinatensystem gilt die international vereinbarte Länge der Seemeile mit 1852 Meter. So folgen diesem Maß nachfolgenden Entsprechungen:

1 Meridiantertie (''') =	0,5144	Meter
1 Bogensekunde ('') =	30,867	Meter
1 Bogenminute (') =	1852,00	Meter
1 Grad (°) =	111120,00	Meter
Erdumfang von 360° =	40003200,00	Meter

Da der Radius der volumengleichen Erdkugel 6371,221 km und demzufolge der Umfang 40031,562 km beträgt, das Maß der Seemeile jedoch einheitlich mit 40003,200 Meter festgelegt ist, ergibt sich ein Unterschied von 28,36 km. Da die Größenwerte der volumengleichen Kugel, genauso wie die Werte der auf der vereinbarten Seemeile festgelegten Werte nicht die tatsächlichen Größe der Erde widerspiegeln, macht es keinen Unterschied und entspricht es hinreichender Genauigkeit den einmal international festgelegten Wert von 1852 Meter als einheitliches Raummaß zu nutzen, wenn von der Erde als angenommene Kugel ausgegangen wird.

Sollen erhöhte Genauigkeitsansprüche in der Navigation zum Tragen kommen, muss die angenommene Kugelgestalt durch eine wirklichkeitsgetreuere Form ersetzt werden.
Durch Vermessungen der Erde wurden Abweichungen des Erddrehkörpers von der Kugelform festgestellt. Benutzt man als ideale Oberfläche der Erde den ungestörten Meeresspiegel, ergibt sich der Erdkörper als ellipsoide Form. Eine genaue Erfassung ist zwar mit der heutigen Satellitentechnik aus dem erdnahen Kosmos heraus für die gesamte Erdoberfläche gegeben, kann jedoch aufgrund der ungleichen Dichte und Form der Erdkruste nicht als gesamtes, sondern nur in Teilen als tatsächliches Modell vereinheitlicht werden. Es muss somit ein Hilfskörper gegeben sein, der am nächsten diesem Geoid kommt. Die beste Approximierung erfolgt durch ein an den Erdpolen abgeplattetes Ellipsoid, der so konstruiert ist, dass das Zentrum des Erdellipsoids gleichzeitig der Massemittelpunkt der Erde ist und das Volumen dieses Erdellisoids dem Volumen der Erde entspricht. Die physische Erdachse soll dabei mit der ellipsoiden Achse zusammenfallen. Die Gesetze der Ellipse gestatten genauere Koordinatenberechnungen, als dies durch die mathematischen Beziehungen für die Kugel gegeben ist. So gilt für die Berechnung der numerischen Exentrizität ε einer Ellipse mit der halben Hauptachse a (Äquatorradius) und der halben Nebenachse b (halbe Erdachse) die Beziehung: $\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$.
Die Differenz zur Kugel wird durch die lineare Abplattung $\alpha' = a - b$ und die numerische Abplattung $\alpha = \frac{a-b}{a}$ ausgedrückt. Analog dazu muss zwischen der linearen Exzentrizität $e' = \sqrt{a^2 - b^2}$ und der numerischen Exzentrizität $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ unterschieden werden.
Zwischen e und a besteht die Beziehung: $e^2 = 2\,\alpha$.
Nun tritt an der Oberfläche eines ellipsoiden Körpers der Umstand auf, dass diese verschieden gekrümmt ist. So ist eine meridionale Krümmung und eine Querkrümmung als Krümmungshauptrichtung benannt.
Während der Krümmungshalbmesser einer Kugel wegen der Kugelsymetrie überall gleich ist, ändert sich der Meridiankrümmungshalbmesser (M) mit der geographischen Breite. Das Erdellipsoid ist an den Polen flach und in der Äquatorgegend am stärksten gekrümmt. Das kommt in den Werten der Abplattung zur Geltung.
Die z-Achse im geographischen Koordinatensystem ist der Erdradius der volumengleichen Kugel, jedoch mit der praktischen Einschränkung, dass die metrischen Angaben von Wasserständen oder von Höhen und Tiefenwerten des Wassers oder anderer Objekte entsprechend dem verzeichneten Seekartennull entsprechen und somit nicht auf den Erdmittelpunkt, sondern auf den Meeresgrund oder auf das Kartenniveau einer Seekarte bezogen sind. (Siehe Seevermessung und Gebrauch von Seekarten)

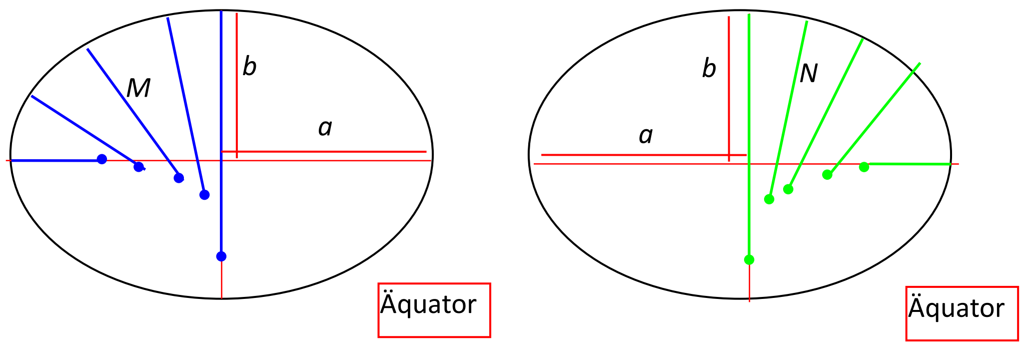
Die Größe der Erde nach dem internationalen Referenzellipsoid

Erdradius äquatorial..........................	a = 6378,168 km
Erdradius polar.................................	b = 6356,777 km
Abplattung..	$c = (a - b) : a = 1 : 297$
1° in Länge..	111,418 km · cos φ – 0,094 km · cos 3φ
1° in Breite..	111,137 km – 0,562 km · cos 2φ
Radius der volumengleichen Kugel.....	6371,221 km
Volumen..	$1083{,}320 \cdot 10^9\ km^3$
Oberfläche..	$510{,}101 \cdot 10^6\ km^2$

Soll der Krümmungshalbmesser berechnet werden, so muss der Radius des entsprechenden Punktes auf der Ellipsenoberfläche als Kreispunkt gesehen werden. Für den Krümmungshalbmesser der Meridianellipse *M* gilt: $M = \dfrac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin\varphi)^{\frac{2}{3}}}$ und für den

Querkrümmungshalbmesser *N* gilt: $N = \dfrac{a}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}$

Die Berechnung ergibt entsprechend der unterschiedlichen Krümmung auch unterschiedliche lange Radiusstücke, die alle lotrecht zur Ellipsenoberfläche stehen. Die Krümmungshalbmesser *M* und *N* stehen senkrecht aufeinander, womit die Krümmungen auf dem Ellipsenkörper erfasst sind. *M* steht senkrecht auf seinem entsprechenden Meridianstück, und *N* steht senkrecht zu der Meridianrichtung vom *M*. Das Verhältnis von N und M ist eins. wenn der Körper eine Kugel ist. An den Erdpolen ist dieses Verhältnis eins. Wird ein ausgewähltes Gebiet der Erde berechnet, so wird mit dem mittleren Krümmungshalbmesser R gerechnet. Um R zu erhalten, gilt: $R = \sqrt{MN}$. Entsprechend den verschiedenen Referenzellipsoiden der Gebiete der Erde gelten nun auch verschiedene Krümmungshalbmesser.



Meridiankrümmungshalbmesser und Querkrümmungshalbmesser

Die Meridiane auf der als Kugel angenommenen Erde werden hier zu Halbellipsen, während sich die Form der Breitenparallele nicht ändert. Entsprechend der Richtung des Radius des Krümmungshalbmessers gehen die Lotrechten nicht mehr durch den Erdmittelpunkt, sondern schneiden die Erdrotationsachse unterhalb oder oberhalb des Äquators. Demzufolge definiert sich die geozentrische Länge analog der geographischen Länge, für die Definition der geozentrischen Breite φ' kommt eine Differenz, die sich in der Breitenreduktion r = φ – φ' ausdrückt, zum Tragen. Diese wird in Bogensekunden durch die Formel $r = \dfrac{\alpha \sin 2\varphi}{arc1''}$ bestimmt. Wird die Länge einer Seemeile anstatt auf die Erdkugel auf das gültige Erdellipsoid bezogen, errechnet sich die Länge einer Bogenminute in Anwendung der Bogenmaßgleichung auf dem elliptischen Meridian Δ1' zu: $\Delta 1' = \dfrac{a(1-e^2)arc1'}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$ = 1852 – 9,4 cos 2φ.

Insgesamt ergeben sich folgende Werte für das internationale Referenzellepisoid:

1° in Länge	111,418 km · cos φ – 0,094 km · cos 3φ
1° in Breite	111,137 km – 0,562 km · cos 2φ

Da die Länge einer Bogenminute somit auf einem Erdellipsoid nicht einheitlich sein kann, an den Polen beträgt sie ca. 1842,9 m und am Äquator ca. 1861,6 m, wird die Seemeile entsprechender internationaler Vereinbarung mit 1852 m angewandt.

Mit Hilfe dieses Nautischen Grunddreiecks wird es möglich, folgende Aufgaben der astronomischen Navigation zu bewältigen:

1.) Bestimmung von astromischen Standlinien nach der Höhenmethode.

Dabei wird der Umstand ausgenutzt, dass zu einer Zeit (Δt) alle Beobachter einen gleichen sphärischen Abstand von einem Gestirnsbildpunkt haben, wenn sie die gleiche Höhe messen. Für ein ausgewählten Koppelort wird die Höhe und das Azimut vorausberechnet. Durch Einmessen der Höhe gelingt es die Abweichung der Standlinie des Beobachtungsortes in Seemeilen vom Koppelort zu berechnen.

2.) Bestimmung der geographischen Breite und geographischen Länge des Beobachtungsortes durch Beobachtung eines Gestirns im Meridian..

Bei der Kulmination des Gestirns fällt das Nautische Dreieck als eine Linie zusammen. Wenn der Deklinationswert des Gestirns bekannt ist, kann die geographische Breite des Beobachtungsortes algebraisch bestimmt werden. So gilt für den oberen Meridian die astronomische Beziehung $\varphi = z_0 + \delta$ (z_0 ist dabei die Meridian-Zenitdistanz des Gestirns). Die geographische Länge wird durch Zeitvergleich zwischen der MOZ und der mitgeführten UT1-Zeit gewonnen. Die in Stunden, Minuten und Sekunden gemessene Zeitdifferenz (Δt) zwischen der Ortszeit t_1 an einem Beobachtungsort und der vom Ort des durchlaufenden Nullmeridians (hier UT1) mitgeführten Zeit t_0 lässt sich durch folgende Formel in nach Grad zu messende Längendifferenz umsetzen:

$$\lambda° = ¼ (t_1 – t_0)'$$

Ist das Ergebnis positiv, liegt der Beobachtungsort östlich des Nullmeridian, andernfalls ist die Lagebeziehung umgekehrt.

3.) Bestimmung der geographischen Breite nach dem Nordstern (Polaris) bzw. nach einem Zirkumpolarstern.

Bei der Bestimmung der geographischen Breite nach dem Nordstern wird angenommen, dass der Nordstern genau im Himmelsnordpol steht. Berichtigungstabellen geben Auskunft über die tägliche und stündliche Abweichung des Sternes von der Polposition, so dass mit einer Beschickung die gemessene Höhe zur beobachteten Breite direkt nach der Beziehung $90° – h = \varphi$ umgerechnet werden kann. Wird die geographische Breite nach einem Zirkumpolarstern bestimmt, so wird der Höhenwinkel h_1 und h_2 bei zwei Meridiandurchgängen, die knapp 12 Stunden hintereinander liegen, gemessen. Es gilt die Beziehung: $h_1 + h_2 + \pi – 2\varphi = \pi$, daraus folgt die geographische Breite: $\varphi = ½ (h_1 + h_2)$. Dieses Messverfahren kann vornehmlich zur Bestimmung der Abplattung der Erde angewandt werden.

4.) Durchführung einer Kompasskontrolle.

Hier wird das berechnete Azimut eines Gestirns mit der Kompasspeilung verglichen. Besonders schnell erfolgt die Berechnung des Azimuts nach der mathematischen Beziehung $\cos a = \sec \varphi$ x $\sin \delta$, wenn das Gestirn im wahren Auf- oder Untergang steht.

5.) Berechnung von Auf-, Untergangszeiten und Kulminationszeiten von Gestirnen.

Durch Anwendung der mathematischen Beziehung $\cos t = – \tan \varphi$ x $\tan \delta$ wird der halbe Tagbogen des Gestirns berechnet. Unter Beachtung der Herausrechnung der Kulminationszeit aus dem Nautischen Jahrbuch erfolgt dann das Berechnen der Auf- und Untergangzeiten von Gestirnen.

6.) Zeitkontrollen

Eine Zeitkontrolle des Schiffschronometers kann nach der Methode der Monddistanzen erfolgen. Dabei wird der Winkelabstand zwischen dem schnell an den Fixsternen vorbeiziehenden Mond und einem auf der Mondbahn liegenden Fixstern gemessen. Durch

Berechnung des Sollwinkelabstandes und der Mondhöhe gelingt das Herausrechnen der Uhrzeit.

Der Großkreis auf der Erdkugel

Der Weg eines Schiffes zwischen den Punkten A und B stellt sich auf der als Kugel angenommenen Erde als Großkreis dar. Als Großkreis bezeichnet man bekannter Weise den Bogen zwischen den Punkten A und B auf der als Kugel angenommenen Erdoberfläche, wobei der Mittelpunkt dieses Kreisausschnittes der Erdmittelpunkt ist. Das heißt ein Großkreis ergibt sich nur, wenn eine Kugeloberfläche so geschnitten wird, dass die Schnittebene den Mittelpunkt der Kugel schneidet. Schneidet die Ebene nicht den Mittelpunkt der Kugel, so wird man als Ergebnis Kleinkreise erhalten.

Als Kugeloberfläche wird der geometrische Ort aller Punkte des Raumes definiert, die von einem festen Punkt M den gleichen Abstand r haben.

In Anwendung eines rechtwinkligen räumlichen Koordinatensystems, welches um die Kugel gelegt wurde, wobei M gleichzeitig der Koordinatenursprung ist, erhält man als Gleichung für die Kugeloberfläche

$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

M..............Kugelmittelpunkt
r................Erdradius

Legt man durch den Kugelmittelpunkt eine Gerade, die die Kugeloberfläche schneidet, so erhält man zwei Gegenpunkte (P und Q). Die Strecke innerhalb der Kugel zwischen den beiden Gegenpunkten ist der Durchmesser der Kugel. Der die beiden Gegenpunkte verbindende Bogen entsprechend der Kugeloberfläche ist der entsprechende Großkreis, da sein Mittelpunkt auch gleichzeitig das Zentrum der Kugel ist. Liegen die beiden Positionspunkte A und B des Schiffsweges auf den eben beschriebenen Bogen, so ist bewiesen, dass der Bogenausschnitt der Positionen A und B zu einem Großkreis gehört. Es ist somit offensichtlich, dass man zwischen zwei Punkte A und B beliebig viele Kleinkreise legen kann, aber genau nur einen Großkreis. Dem Navigator interessiert nun die kürzeste Verbindung auf dem Großkreis zwischen den Punkten A und B. Die kürzeste Verbindung zwischen zwei auf einem Großkreis liegenden Punkten wird als sphärischer Abstand oder sphärische Entfernung bezeichnet und ist auch tatsächlich die kürzeste Verbindung der Punkte A und B auf der Erdkugel.

Für den Navigator wird es nun von ausschlagender Bedeutung sein, die Distanz und die Richtung ausgehend vom Abfahrtsort A zum Bestimmungsort B berechnen zu können. D au wird es erforderlich sein, die Gesetzte der sphärischen Trigonometrie anzuwenden.

Wird der Kugelradius mit r und der Zentriwinkel des Großkreisbogens PQ mit a bezeichnet, dann gilt für die sphärische Entfernung zwischen PQ

$PQ = r\, a$ (a im Bogenmaß)

Ist für die Kugel ein bestimmter Radius festgelegt bzw. einigt man bei einer Kugel auf einen bestimmten Radius, so ist durch a die sphärische Entfernung PQ bestimmt.
Sind auf einer Kugel zwei Großkreise gegeben, schneiden sie sich auch in zwei Gegenpunkten. An jedem der Gegenpunkte P und Q treten zwischen den Großkreisen Schnittwinkel auf. Dieser Schnittwinkel, z. B. im Gegenpunkt P, definiert sich durch eine an die beiden Großkreise im Punkt P angelegte Tangente. Die Tangenten der Großkreise stehen immer senkrecht auf dem

Durchmesser PMQ der Großkreise, die Schnittwinkel dieser Tangenten schließen den Punkt P ein.

Befinden sich auf der Kugel nun die drei Punkte A; B und C, so soll angenommen sein, dass diese Punkte nicht auf dem gleichen Großkreis liegen und von zwei keine Gegenpunkte sind. Verbindet man nun diese Punkte A; B und C auf dem kürzesten Weg, so entsteht ein sphärisches oder Eulersches Dreieck (Euler, Leonhard; schweizerischer Mathematiker; von 1707 bis 1783). Um die Beziehungen zwischen den Winkeln im sphärischen Dreieck auszudrücken, stellt man sich folgende zwei Grenzfälle bei der Darstellung eines sphärischen Dreiecks vor:

1.) Das Dreieck ist auf eine Kugel geprägt. Verkleinert man es derart, dass es sich dem ebenen Dreieck annähert, muss man dennoch feststellen, dass seine Winkelsumme stets größer als 180° sein muss, denn sonst wäre es kein sphärisches Dreieck.

2.) Vergrößert man andererseits das sphärische Dreieck solange bis sich eine Halbkugel bildet, so tritt dreimal (in den Punkten A; B; C) ein Winkel von 180° auf. Ein ebenes Dreieck wäre als Linie zusammengefallen.

Die obere Grenze für die Winkelsumme im sphärischen Dreieck ist somit gefunden, sie kann maximal 3 x 180° = 540° betragen. Somit gilt im sphärischen Dreieck die Relation:

$$180° < \alpha + \beta + \gamma < 540°$$

Die Beziehung $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ der ebenen Trigonometrie, wonach durch zwei bekannte Winkel bereits der dritte Winkel definiert ist, findet in der sphärischen Trigonometrie somit keine Anwendung mehr. Es folgt aus Kenntnis zweier Winkel nicht sofort der dritte, sondern es müssen alle drei Winkel berechnet werden. Während in der ebene Trigonometrie nur vier Fälle zur Berechnung eines Dreiecks bekannt sind, muss in der sphärischen Trigonometrie mit sechs Fällen gerechnet werden, wobei hier drei gegebene Stücke vorhanden sein müssen.

Ohne auf die Herleitung einzugehen, sollen nachfolgend die mathematischen Beziehungen der Seiten und Winkel in rechtwinkligen sphärischen Dreiecken vorgestellt werden.

$$\sin \alpha = \sin c \sin \alpha \qquad (1)$$
$$\cos \alpha = \cos a \sin \beta \qquad (2)$$
$$\cos c = \cos a \cos b \qquad (3)$$
$$\sin b = \sin c \sin \beta \qquad (4)$$
$$\cos \beta = \cos b \sin \alpha \qquad (5)$$
$$\cos c = \cot \alpha \cot \beta \qquad (6)$$
$$\cos \alpha = \cot c \tan b \qquad (7)$$
$$\cos \beta = \cot c \tan \alpha \qquad (8)$$

Setzt man in (1) für sin c und sin α die aus (4) und (5) und (4) für sin c und sin β die aus (1) und (2) folgenden Ausdrücke ein, ergibt sich

$$\sin \alpha = \cot \beta \tan b \qquad (9)$$

und

$$\sin b = \cot \alpha \tan a \qquad (10)$$

Ordnet man die Stücke eines sphärischen Dreiecks entsprechend ihrer Reihenfolge auf einem Kreis an, lässt man den rechten Winkel fort und ersetzt dann die Katheten durch die

Komplimente, so hat man die Möglichkeit gefunden, die mathematischen Beziehungen (1) bis (10) zu reproduzieren. Es ist dann feststellbar:

Im rechtwinkligen sphärischen Dreieck ist der Kosinus eines Stückes gleich dem Produkt der Sinusse der gegenüberliegenden bzw. dem Produkt der Kotangenten der benachbarten Stücke.

(Nepersche Regel). Analog zur ebenen Trigonometrie soll nun auf die Berechnung von allgemein sphärischen Dreiecken eingegangen werden. Mit Hilfe der Neperschen Regel, des Sinussatzes, des Seitenkosinussatzes und des Winkelkosinussatzes kann man sämtliche allgemeinen sphärischen Dreiecke berechnen, sofern drei Stücke eines solchen Dreiecks gegeben sind. Es sind sechs Fälle der Berechnung für die Navigation ausgewählt.

	Gegeben	Auflösung
1. Fall	zwei Seiten und ein eingeschlossener Winkel	a) Anwendung des Sinussatzes zur Berechnung des zweiten gegenüberliegenden Winkels; b) Fällen des sphärischen Lotes, Berechnen des dritten Winkels oder der dritten Seite durch zweimaliges Anwenden der Neperschen Regel; c) Berechnung des letzten Stückes mit dem Sinussatz.
2. Fall	zwei Winkel und eine Gegenseite	a) Anwendung des Sinussatzes zur Bestimmung der zweiten gegenüberliegenden Seite; b) und c) wie im 1. Fall.
3. Fall	zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel	a) Anwendung des Seitencosinussatzes zur Berechnung der dritten Seite; b) zweimaliges Anwenden des Sinussatzes zur Bestimmung der fehlenden Winkel.
4. Fall	alle drei Seiten	a) Anwendung des Seitencosinussatzes zur Bestimmung eines Winkels; b) zweimaliges Anwenden des Sinussatzes zur Bestimmung der anderen beiden Winkel.
5. Fall	zwei Winkel und eine Zwischenseite	a) Anwendung des Winkelcosinussatzes zur Berechnung des dritten Winkels; b) zweimaliges Anwenden des Sinussatzes zur Berechnung der restlichen zwei Seiten.
6. Fall	alle drei Winkel	a) Anwendung des Winkelcosinussatzes zur Bestimmung einer Seite; b) zweimaliges Anwenden des Sinussatzes zur Berechnung der restlichen zwei Seiten.

Umgibt man die Erdkugel mit einer scheinbaren Himmelskugel, die gleich der Größe der Erdkugel ist und projekziert man alle dahinter stehenden Gestirne auf diese scheinbare Himmelskugel, so kann man die scheinbaren Örter der Gestirne in die geographischen Koordinaten der Länge (λ) und Breite (φ) fassen. Die Gestirne bekommen somit einen Bildpunkt auf der Erdoberfläche. Der Bildpunkt eines Gestirns definiert sich somit als Gerade, die den Erdmittelpunkt mit dem Gestirn verbindet. Trägt man den exakten Erdradius nun vom Erdmittelpunkt aus ab, ergibt sich als Endpunkt (an der Erdoberfläche) der Gestirnsbildpunkt. Die Nautische Ephemeriden geben die Gestirnsörter für jeden Zeitpunkt eines Tages und Jahres an. Will man nun die Nautischen Ephemeriden in geographische Koordinaten umrechnen, so ist der Deklinationswert (δ) gleich der geographischen Breite des Gestirns. Der Greenwicher Stundenwinkel (Grt) eines Gestirns ist gleich der geographischen Länge. Bei der Umrechnung Grt in λ muss jedoch beachtet werden, dass sich der Grt vollkreisig im Uhrzeigersinn zählt, während sich die λ in halbkreisiger Zählweise zählt. Ist der Grt kleiner 180°, so entspricht der Greenwicher Stundenwinkel des Gestirns der westlichen Länge, ist jedoch der Greenwicher Stundenwinkel größer als 180°, so gilt 360° – Grt = östliche Länge.

Beim Navigieren auf Großkreisen ergibt sich somit die Möglichkeit Gestirnsbildpunkte zum Ansteuern von Bestimmungsorten zu nutzen. Die nautischen Ephemeriden sind damit in Koordinaten des Bestimmungsortes B umgewandelt. Das Nautische Grunddreieck formuliert sich damit wie folgt:

	astronomische Koordinaten	geographische Koordinaten
Punkt A	Zenit (Z)	geographischer Abfahrtsort A
Punkt B	Gestirn (G)	geographischer Bestimmungsort B
Punkt C	Himmelspol (P)	geographischer Pol (P)
Winkel α	Azimut (a)	Kurswinkel (α) oder rechtweisender Kurs (rwK)
Winkel β	parallaktischer Winkel(q)	parallaktischer Winkel (q)
Winkel γ	Ortsstundenwinkel (t)	Längenunterschied (l oder Δλ)
Seite a*	Deklination (δ)	geographische Breite des Bestimmungsortes (φB)
Seite b*	geographische Breite (φ)	geographische Breite des Abfahrtsortes (φA)
Seite c*	Höhen (h)	sphärische Distanz (d)

* Die Seiten verstehen sich als Komplemente (90° – *n*)

Berechnet werden können die Argumente:

in der astronomischen Navigation	in der Großkreisnavigation
Beobachtungsstandort	der Abfahrtsort
Gestirnsbildpunkt	der Bestimmungsort
Ortsstundenwinkel	Längenunterschied zwischen A und B
Azimut zum Gestirn	Kurswinkel zum Ort B
Höhe eines Gestirns	Distanz zum Ort B

Es kommt zur Berechnung der fehlenden Winkel und Seiten der 3. Fall zur Berechnung allgemeiner sphärischer Dreiecke in Betracht. Es sind in Anwendung des Seitenkosinussatzes zur Berechnung der fehlenden Winkel und in Anwendung des Sinussatzes zur Berechnung der fehlenden Seiten neben anderen Möglichkeiten folgende Endformeln entwickelt und angewandt, wobei auf die Herleitung hier bewusst verzichtet wurde.

Zur Berechnung der Winkel:

Azimut oder Kurswinkel

$$\cos a/\alpha = \left(\frac{\sin \delta/\varphi_B}{\cos \varphi/\varphi_A \times \sin h/d} +/- \tan \varphi/\varphi_A \right) \times \tan h/d \qquad (11)$$

Stundenwinkel oder Längenunterschied

$$\cos t/\Delta\lambda = \left(\frac{\sin h/d}{\cos \delta/\varphi_B \times \sin \varphi/\varphi A} +/- \tan \delta/\varphi_B \right) \times \tan \varphi/\varphi_A \qquad (12)$$

Parallaktischer Winkel

$$\cos q = \left(\frac{\sin \varphi/\varphi_A}{\cos \varphi/\varphi_A \quad \sin h/d} +/- \tan h/d \right) \times \tan \delta/\varphi_B \qquad (13)$$

Ist φ/φ_A ungleichnamig mit δ/φ_B, gilt das positive (+) Vorzeichen;
Ist φ/φ_A gleichnamig mit δ/φ_B, gilt das (-) Vorzeichen

Zur Berechnung der Seiten:

Höhe oder sphärische Distanz

$$\sin h/d = \left(\frac{\cos \delta/\varphi_B \times \cos t/\Delta\lambda}{\tan \varphi/\varphi_A} +/- \sin \delta/\varphi_B \right) \times \sin \varphi/\varphi_A \qquad (14)$$

$90° - h = d°$ (d in ° x 60' = d in sm)

Deklination oder Breite des Ortes B

$$\sin \delta/\varphi_B = \left(\frac{\cos \varphi/\varphi_A \times \cos a/\alpha}{\tan h/d} +/- \sin \varphi/\varphi_A \right) \times \sin h/d \qquad (15)$$

Breite oder Breite des Ortes A

$$\sin \varphi/\varphi_A = \left(\frac{\cos h/d \times \cos q}{\tan \delta/\varphi_B} +/- \sin h/d \right) \times \sin \delta/\varphi_B \qquad (16)$$

Ist φ/φ_A gleichnamig mit δ/φ_B, gilt das positive (+) Vorzeichen;
Ist φ/φ_A ungleichnamig mit δ/φ_B, gilt das (-) Vorzeichen

Mit diesen astromisch-mathematischen Beziehungen können nun entweder die astronomischen Argumente oder die Elemente des Großkreises berechnet werden, denn sowohl die Großkreisnavigation, als auch die astronomische Navigation unterliegen den gleichen sphärischen mathematischen Gesetzen. Das Berechnen der Argumente gelingt mit einem einfachen Taschenrechner. Das Nautische Jahrbuch ist zum Berechnen der Gestirnspositionen erforderlich. Zur Durchführung von astronomischen Beobachtungen sind als weitere Hilfsmittel eine Seekarte, eine Uhr und ein Sextant notwendig.

Die astronomische Navigation basiert auf dem Prinzip, dass der Sternenhimmel, einschließlich der Himmelskörper Sonne, Mond und Planeten

1.) zur gleichen Zeit auf verschiedenen Positionen der Erdkugel anders erscheint;
2.) zur verschiedenen Zeit auf gleichen Positionen der Erdkugel anders erscheint;
3.) zur verschiedenen Zeit auf verschiedenen Positionen anders erscheint.

Für die Seefahrt und für die damit verbundene astronomische Navigation trifft in der Regel der dritte Zustand zu. Während das Schiff in einer Zeitspanne (Δt) laufend seine Position wechselt, wechseln auch die Gestirne bezogen auf das geographische Koordinatensystem laufend ihren Bildpunkt auf der Erdoberfläche.

Wenn als Zeitpunkt die abgelesen Uhrzeit der Gestirnsbeobachtung gilt, so hat die astronomische Navigation den dritten Zustand zum ersten Zustand reduziert, indem zu einem festen Beobachtungszeitpunkt die Gestirnskoordinaten (δ und t mit Hilfe des Nautischen Jahrbuchs) festgestellt werden. Nebenbei wird unbewusst die vierte Dimension (Zeit) der philosophischen Rauminterpretation auf eine annehmbare dritte Dimension reduziert, denn der Sternenhimmel wird zum Zeitpunkt t wie im Stillstand betrachtet. Die astronomische Navigation ist somit eine Betrachtung der Stillstände zwischen zwei Zeitspannen.

Wenn die Gestirnspositionen im Zeitstillstand als geographische Bildpunktpositionen auf der als Kugel definierten Erde aufgefasst werden, so kommt ein sphärisches kartesisches Koordinatensystem mit den Funktionen x und y zur Anwendung. In Ableitung dieser Funktion sind die mathematischen Beziehungen zur Berechnung der Seiten und Winkel im sphärischen Dreieck entwickelt (Formel 11 bis 16).

Die Anwendung von mathematisch -sphärischen Beziehungen macht es also möglich, im Stillstand der Zeit das astronomisch-nautische Grunddreieck auszuwerten., wenn entsprechende Eingangsargumente vorhanden sind.

Um eine Aussage über die Azimut- und Höhendifferenzen in einem Zeitabschnitt (Δt) auf den verschiedenen Kursen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten zu bekommen, ist es notwendig

1. die Sternbewegungen in einer gegebenen Zeitspanne (Δt), als eine Bewegung eines Bahnpunktes, auf dem Deklinationsparallel des Gestirns, sprich auf dem Breitenparallel der als Kugel angenommenen Erde aufzufassen,
2. das optische Verhältnis zwischen zwei Azimuten und/oder zwei Höhen (Distanzen) zu ergründen, welches sich vom Beobachtungsort aus ergibt, wenn die Bahnbewegung „Stern“ in einer Zeitspanne (Δt) zwischen zwei Bahnpunkten betrachtet wird und
3. die Schiffsbewegung (Kurs und Fahrt) in die Betrachtung entsprechend Punkt 2 mit einzukalkulieren.

1. Eine Sternenbahn definiert sich als der Weg eines Gestirns auf seinem Deklinationsparallel bzw. auf einem Breitengrad der als Kugel angenommen Erde. Der Deklinationswert (δ) ist somit bezeichnend für den Weg eines Stern bezogen auf die Erdkugel.
Die Geschwindigkeit eines Sterns definiert sich entsprechend der Erdbewegung, wobei folgende Bewegungselemente diese Geschwindigkeit erzeugen:

a.) die Rotation der Erde um ihre Achse (tägliche Bewegung)
b) die Revolution der Erde um die Sonne (jährliche Bewegung)
c) die Präzession der Erde (platonisches Jahr)

Bestimmend für die relative Bahngeschwindigkeit eines Sterns ist das Deklinationsparallel, auf dem sich der Stern befindet. So wie auch die in Seemeilen ausgedrückten Bogenminuten entsprechend der geographischen Breite zu den Polen hin abnehmen (Abweitung), genauso nimmt auch die relative Bahngeschwindigkeit zu den Polen hin ab.

$\Delta\lambda \quad = a \text{ x } \sec\varphi$		$\Delta\lambda$.......Längenunterschied
$a \quad = \Delta\lambda \text{ x } \cos\varphi$		a Abweitung
$\Delta Grt\Upsilon = \varpi \text{ x } \sec\delta$	$\Delta t\Upsilon$ =Winkelgeschwindigkeit des Υ in 24 Std. in °	
$\varpi \quad = \Delta Grtt\Upsilon \text{ x } \sec\delta$	ϖ = relative Bahngeschwindigkeit in sm/h	

Da die drei Bewegungen der Erde sich in der Gesamtbewegung des Frühlingspunktes wieder finden, ist es somit die Bewegung des Frühlingspunktes, mit der eine Aussage über die relative Bahngeschwindigkeit eines Stern an einem Tag getroffen werden kann.
Da die Erde in 24 Stunden mit rund 15° in der Stunde rotiert, bewegt sich ein Bahnpunkt rund 900 sm/h auf dem Äquator, 636,4 sm/h auf einer Breite von 45° in westlicher Richtung bzw. 0 sm/h auf dem Pol.

Am 18. 03. 82 bewegt sich der GrtΥ

von um 00.00 Uhr UT1	175° 13,’ 36“ über 360°
auf um 24.00 Uhr UT1	176° 12’ 42“

Diese Werte ergeben ein $\Delta Grt\Upsilon$ für einen Sonnentag von
360°59’06“ oder 21635,436 sm

Am 18. 03. 82 sind es für 1 Std. somit 15°02’28’ oder 901,47 sm.

Am 18. 03. 82 bewegt sich der Bahnpunkt bei einer Deklination von 00° somit mit **901,47 sm/h**, bei einer Deklination von 45° somit 638,14 sm/h und bei einer Deklination von 90° somit 000,0 sm/h.

Dieser Wert ist vorerst immer gültig, solange durch die Präzession der Erdachse nicht merkliche Veränderung spürbar werden.
Entsprechend der Auswahl der zum Ansteuern benutzbarer Sterne ergeben sich die relativen Geschwindigkeiten der Sterne für eine Std. wie folgt:
Die Bahngeschwindigkeiten zu den anzusteuernden Sternen sind folgende:

Stern	***Grt*** Υ	β	***Grt****	δ	ϖ
Eltanin	146° 07’ 48“	090°57,2’	237°05’00“	51°29,5’N	561,90 kn
Algenib	146° 07’ 48“	309°14,3’	095°22’06“	49°47,9’N	582,53 kn
Benetnasch	146° 07’ 48“	153°17,5’	299°25’18“	49°24,1’N	587,28 kn
Capella	146° 07’ 48“	281°09,4’	067°17’12“	45°58,8’N	627,13 kn
Alamak	146° 07’ 48“	329°18,0’	115°25’48“	42°14,7’N	668,08 kn
Algol	146° 07’ 48“	313°14,9’	099°22’42“	40°53,3’N	682,25 kn
Mirach	146° 07’ 48“	342°49,0’	128°56’48“	35°31,6’N	734,47 kn
Castor	146° 07’ 48“	246°38,1’	032°45’54“	31°55,7’N	765,93 kn
Sirrah	146° 07’ 48“	358°08,1’	144°15’54“	28°59,5’N	792,41 kn
Pollux	146° 07’ 48“	243°56,6’	030°04’24“	28°04,2’N	796,32 kn
Scheat	146° 07’ 48“	014°16,4’	160°24’12“	27°59,2’N	796,93 kn
Alkyone	146° 07’ 48“	303°23,7’	089°31’30“	24°03,0’N	824,12 kn
Hamel	146° 07’ 48“	328°27,5’	114°35’18“	23°22,7’N	828,38 kn
Aldebraran	146° 07’ 48“	291°16,6’	077°24’24“	16°28,4’N	865,42 kn
Rigel	146° 07’ 48“	281°34,8’	067°42’36“	08°13,3`S	893,19 kn
Beteigeuze	146° 07’ 48“	271°26,9’	057°34’42“	07°24,2’N	894,94 kn
Bellatrix	146° 07’ 48“	278°57,4’	074°05’12“	06°20,0’N	896,86 kn
Procyon	146° 07’ 48“	245°24,5’	031°32’18“	05°16,2’N	898,65 kn
Menkar	146° 07’ 48“	314°39,8’	100°47’36“	04°01,2’N	900,25 kn

2. Um die Größe der Differenz zweier Azimute und zweier (Höhen) Distanzen entsprechend der verschiedenen Bahnpunktgeschwindigkeiten der Gestirnbildpunkte in Abhängigkeit des Beobachtungsortes auf der als Kugel angenommenen Erde zu definieren, ist es notwendig den mathematischen Zusammenhang zu behandeln.

Beispiel:Δt = 1 Stunde; Bahngeschwindigkeit (ϖ) = 15° 02’ 12“

Betrachtet man die verschiedenen Differenzen der einzelnen Argumente zwischen den Positionen, so bekommt man folgendes Bild:

	Position Schff	Position „Hamel“	Position „Capella“	
21-00-00 UT1	φ = 50°40’00“N	φ = 23°22’42“N	φ = 45°58’48“N	
	λ = 009°35’00“W	λ = 099°32’54“W	λ = 052°14’48“W	Δλ = 047°18’06“
		Az=282°17’52“	Az=277°19’32“	ΔAz = 004°58’20“
		d = 4326,317 sm	d = 1700,817 sm	Δd = 2625,499 sm
Längendifferenz	Δλ = 000°23’15“W	Δλ = 005°04’08“W	Δλ = 005°12’29“W	Δλ = 000°08’21“
Azimutdifferenz		ΔAz = 013°33’49“	ΔAz = 008°29’47“	ΔAz = 005°04’02“
Diffenzen h_r (in d)		Δd = 519,750 sm	Δd = 549,583 sm	Δd = 29,833 sm
22-00-00 UT1	φ = 50°42’44“N	φ = 23°22’42“N	φ = 45°58’48“N	
	λ = 009°58’15“W	λ = 104°37’02“W	λ = 057°27’17“W	Δλ = 047°09’45“
		Az= 295°51’41“	Az = 285°49’19“	ΔAz = 010°02’22“
		d = 4846,067 sm	d = 2250,400 sm	Δd = 2595,667 sm

Die unterschiedlichen Differenzen der Argumente entsteht durch die Betrachtung der Argumente von zwei verschiedenen Positionen zu zwei verschiedenen Zeiten, denn die Höhen und Azimute verändern sich

1. mit der Zeit und
2. mit der Beobachtungsposition,

dennoch kann man Gesetzmäßigkeiten erkennen, wenn man folgende Rechnung aufmacht:

Addiert man die um 21-00-00 UT1 festgestellten Differenzen mit den Differenzen die zwischen den Uhrzeiten von
21-00-00 Uhr und 22-00-00 Uhr errechnet wurden, so erhält man genau die Differenzen, die um 22-00-00 Uhr errechnet wurden.

	Längendifferenz	Azimutdifferenz	Höhen- bzw. Distanzdifferenz
Δ um 21-00-00 UT-1	Δλ = 047°18’06“	ΔAz = 004°58’20“	Δd = 2625,499 sm
Δ zw. 21- und 22-00-00 Uhr	–Δλ = 000°08’21“	+ΔAz = 005°04’02“	–Δd = 29,833 sm
Δ um 22-00-00 UT-1 errechnet	=Δλ =047°09’45“	=ΔAz = 010°02’22“	=Δd = 2595,666 sm
Δ um 22-00-00 UT-1 lt Tabelle	Δλ = 047°09’45“	ΔAz = 010°02’22“	Δd = 2595,667 sm

In den Differenzen geht somit die Ortsveränderung des Frühlingspunktes, hier die Bahngeschwindigkeit des Sterns auf dem Deklinationsparallel einerseits und die Ortsveränderung des Schiffes andererseits mit ein. Es ist somit ein komplizierter Bewegungsablauf, der Beachtung finden muss, wenn die Differenzen der Azimut- und Höhenargumente vorhergesagt werden sollen. Man muss nun diese Gesetzmäßigkeiten herausfinden und verallgemeinern um nach diesen Regeln dann Vorhersagen über die die Differenzen machen zu können.

	21-00-00 UT1		22-00-00 UT1	
Position „Schiff“	φ = 50°40’00“N	φ = 50°40’00“N	φ = 50°40’00“N	φ = 50°40’00“N
	λ = 009°35’00“W	λ = 009°35’00“W	λ = 009°35’00“W	λ = 009°35’00“W
	Az= 282°17’52“	Az = 277°11’04“	Az =296°09’03“	Az = 286°00’54“
	d = 4326,317 sm	d = 1700,817 sm	d = 4860,52 sm	d = 2260,23 sm
Position „Hamel“	φ = 23°22’42“N		φ = 23°22’42“N	
	λ = 099°32’54“W		λ = 114°35’18“W	
Position „Capella“		φ = 45°58’48“N		φ = 45°58’48“N
		λ = 052°14’48“W		λ = 067°17’12“W

Unter Beachtung obiger Argumente lassen sich nun folgende zwei Dreiecke bilden:

	Dreieck „A“		Dreieck „B“	
Punkt A	Position „Hamel“ um 21.00 Uhr		Position „Capella“ um 21.00 Uhr	
Punkt B	Position „Hamel“ um 22.00 Uhr		Position „Capella“ um 22.00 Uhr	
Punkt C	Position „Schiff“		Position „Schiff“	
Seite a	d von Punkt C zum Punkt B	4860,52 sm	d von Punkt C zum Punkt B	2260,23 sm
Seite b	d von Punkt C zum Punkt A	4326,32 sm	d von Punkt C zum Punkt A	1700,82 sm
Seite c	d der Sternenbahn „Hamel“	828,38 sm	d der Sternenbahn „Hamel“	627,13 sm
Winkel α	Winkel am Punkt A		Winkel am Punkt A	
Winkel β	Winkel am Punkt B		Winkel am Punkt B	
Winkel γ	Winkel am Punkt C	006°38’38“	Winkel am Punkt C	008°49’50“

Während die Seiten a und b Teil je eines Großkreises sind, handelt es sich bei der Seite c um den Teil eines Kleinkreises. Die Großkreisdistanz von A nach B (Dreieck „A“)wäre 827,940sm lang , das Az beträgt 272°59’54“von A nach B und von B nach A 087°00’06“. Das ist eine loxodrome Richtung von 270°00’00“ oder 090° 00’00“.

Liegen nun die drei Punkte A, B und C auf einen gemeinsamen Kreisbogen, so gilt der Satz aus der ebenen Triginometrie:

In jedem Dreieck ist das Verhältnis einer jeden Seite zum Sinus ihres Gegenwinkels gleich dem Durchmesser eines Dreiecksumkreises.

$$a : \sin \alpha = b : \sin \beta = c : \sin \gamma = 2\,r$$

$\angle$ BMC = 2 α, denn $\angle$ BMC ist der zum Peripheriewinkel
$\angle$ BAC = α gehöriger Zentriwinkel über dem Bogen BC.
$\angle$ BMD = $\angle$ CMA = α,
denn die Strecke MC ist Symmetrieachse im gleichschenkligen Dreieck
Δ BCM

$\sin \alpha = (a : 2) : r$ (Δ MBD);

daraus folgt

$a : \sin \alpha = 2\, r$.

daraus folgt zusammen mit dem Sinussatz

$$a : \sin \alpha = b : \sin \beta = c : \sin \gamma = 2\,r$$

Umgestellt auf unser Dreieck A, B, C gilt dann entsprechend:

$\sec \delta = 2\ r : c$	c = Sternenbahn r = Radius
$r = (c:2) \operatorname{cosec} \Delta Az$	δ = Supplement- bzw. Komplementwinkel zu Δ Az

Dreieck „A“

$r = (c:2) \operatorname{cosec} \Delta Az$

$r = (828{,}38\ sm :2) \operatorname{cosec} 006°38'38''$

$\underline{\underline{r = 3579{,}92\ sm}}$

$\sec \delta = 2\ r : c$

$\sec \delta = 7159{,}84\ sm : 828{,}38\ sm$

$\underline{\underline{\delta = 83°21'22''}}$

$h = (c : 2) \tan \delta$

$\underline{\underline{h = 3555{,}88\ sm}}$

$\underline{\underline{h : r = 0{,}993}}$

Somit ist das Verhältnis der Seiten zu den Winkeln definiert, welches sich unter der Proportion

$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta \sin \gamma$ ergibt.

Dieses Verhältnis muss auf das hier vorliegende sphärische Dreieck angewandt werden. Da jedoch in sphärischen Trigonometrie zur Berechnung von fehlenden Seiten und Winkeln immer mindestens drei Werte gegeben sein müssen, wird es nicht direkt möglich sein, diese mathematische Beziehung anzuwenden. Für dem Fall vorhergehender Betrachtung ist lediglich nur die Position A und B die Seite c bekannt.

Die Erde vollzieht folgende Bewegungen: Die jährliche Bewegung um die Sonne (Revolution), die tägliche Bewegung um ihre Achse (Rotation), die Präzession und die Nutation. Die astronomische Zeitmessung beruht auf die Rotationsbewegung der Erde und der damit verbundenen scheinbaren Bewegung der Gestirne. Die Sonne bewegt sich mit ungleichförmiger Geschwindigkeit auf der Ekliptik und ist für eine gleichmäßige Zeitmessung nicht geeignet (Zeitgleichung). Man bedient sich deshalb zur Zeitmessung einer mittleren Sonne, die mit einer mittleren Geschwindigkeit im Äquator durchläuft. Der Zeitwinkel der Sonne ist somit der sphärische Winkel am Pol vom unteren Meridian bis zum Stundenkreis der Sonne.

Zur Zeitmessung sind zwei Bezugspunkte notwendig. Zum Ersten ist es der *Greenwicher Meridian* (Nullmeridian) oder ein anderer benannter Ortsmeridian. Zum Zweiten ist es der *Frühlingspunkt* oder ein ausgewählter Fixstern. Der Frühlingspunkt (♈), als ein festgelegter rechnerischer Punkt am Fixsternhimmel, ist an der Himmelskugel nicht sichtbar. Er liegt auf dem Kreuzungspunkt der Erdbahn mit dem Himmelsäquator.(Frühlingsanfang) Zur Zeitmessung wird deshalb ein sichtbarer Fixstern bevorzugt, wobei der Abstand des ausgewählten Fixsternes zum Frühlingspunkt hinzugefügt wird.

Es wird nun genau die Zeit gemessen, die der Nullmeridian aufgrund der Achsendrehung der Erde benötigt, um an den im Raum feststehenden Frühlingspunkt oder an einen ausgewählten Fixstern vorbeizukommen. Dieser Vorgang wird als Durchgang bezeichnet. So bezeichnet man die Zeitspanne eines Tages durch zwei nachfolgende Durchgänge des Nullmeridians durch den Frühlingspunkt (Fixstern). Hierbei vergeht eine Zeit von 24h 00 min 00s. Diese Zeitmessung wird als *Sterntag* bezeichnet. Durch den Begriff Kulmination wird der Ort eines Gestirns (Sonne, Mond, Planet, Fixstern) in Bezug auf den Horizont bezeichnet, zu einem Zeitpunkt bei dem es am höchsten über einen Beobachtungsort auf der Erde steht. Ein Tag ist somit die Zeitspanne zweier Kulminationen des Frühlingspunktes oder eines Fixsterne von einem Beobachtungsort der Erde aus. Bezieht sich die Zeitmessung auf einen Fixstern, so wird diese Zeitmessung als *Sterntag* bezeichnet. Die Astronomie und die Navigation richtet sich nach dieser Zeitmessung.

1 Sterntag	=	24h Sternzeit	=	23h 56 min 4,1s Sonnenzeit
1. Sonnentag	=	24h Sonnenzeit	=	24h 3 min 56,6s Sternzeit

Seit alters her regelt sich die Zeitmessung in der menschlichen Gesellschaft jedoch nach der Sonne. Ein *Sonnentag* entspricht der Zeitspanne zwischen zwei Kulminationen der Sonne. Da das Tagesdatum um Mitternacht wechselt, ist die Sonnenkulmination nicht auf den Nullmeridian

(λ = 0°), sondern auf dem einhundertachtzigsten Längengrad (λ = 180°) bezogen. Der Längengrad 180° wird deshalb auch als *Datumsgrenze* bezeichnet. Bezieht man die Zeitmessung auf die Sonne, so muss beachtet werden, dass sich die Erde erstens in 24 Std. einmal um sich selbst dreht (Rotation) und gleichzeitig im Laufe eines Jahres auf einer Ellipsenbahn einmal um die Sonne läuft (Revolution). Betrachtet man die Erde als stillstehend, so kann man von der scheinbaren täglichen und von der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne um die Erde sprechen. Die Sonne führt also eine scheinbare Doppelbewegung aus, die beachtet werden muss.

Würde die Sonne keine scheinbare jährliche Bewegung haben, würde die Zeitmessung bezogen auf die Sonne mit der Zeitmessung bezogen auf den Frühlingspunkt übereinstimmen. Der Sterntag wäre gleich lang dem Sonnentag. Jedoch summiert sich die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne mit der scheinbar täglichen Bewegung der Sonne. Und tatsächlich fällt ein Sonnentag um 3 min 56s länger aus, als ein Sterntag. Er ist 24h 03 min 56s lang. Die

Zeitspanne dieser scheinbaren Gesamtbewegung der Sonne wird als *wahre Sonnenzeit* bezeichnet.

Ein weiteres Merkmal der scheinbaren Bewegung der Sonne ist die verschiedene Geschwindigkeit der Erdkugel auf ihrer Jahresbahn um die Sonne Die Erde umläuft mal schneller, mal langsamer die Sonne. Diese Veränderlich bewirkt unterschiedliche Zeitlängen eines Tages. Mit einer gleichförmig gehenden Uhr gemessen bedeutet dies, dass der Sonnentag mal etwas kürzer und mal etwas länger wird. Um diese Besonderheit auszugleichen, hat man den *mittleren Sonnentag* eingeführt. Hierbei handelt es sich um eine gedachte Sonne, die für einen scheinbaren täglichen Umlauf um die Erde 24h 03 min 56s benötigt.

Für das praktische Leben und zur Berechnung von Kalendern ist es jedoch von Vorteil eine Sonnenzeit zu haben, die sich glatt rechnet. Man hat deshalb den mittleren Sonnentag gleich 24h 00 min 00s gesetzt. Der Sterntag wird dadurch etwas kürzer. Er beträgt demzufolge nur noch 23h 56 min 04s.

Viermal im Jahr stimmt die mittlere Sonnenzeit mit der wahren Sonnenzeit überein. Der Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit findet in der Zeitgleichung ihren Ausdruck.

Zeitgleichung (e) = wahre Zeit – mittlere Zeit

Die Zeitgleichung kann ein positives (+), wie auch ein negatives (–) Vorzeichen haben

Ortszeit

Die Erde dreht sich in 24 Stunden von Westen nach Osten um ihre Achse. Sieht man von oben (nördlicher Himmelspol) auf die Erde herab, erfolgt die Rotation gegen den Uhrzeigersinn. Die scheinbare Bewegung der Gestirne ,auch der Sonne verläuft als Widerspiegelung der Erdrotation somit von Ost über Süd nach West, also im Uhrzeigersinn.

Alle Orte, die auf demselben Meridian liegen, haben dieselbe *Ortszeit*.

Der Umfang der Erde ist mit 360° bestimmt. Es ergibt sich das Verhältnis:

360° 00’ 00“	zu	24h 00 min 00s
15° 00’ 00“	zu	1h 00 min 00s
1° 00’ 00“	zu	0h 04 min 00s
0° 30’ 00“	zu	0h 02 min 00s
0° 15’ 00“	zu	0h 01 min 00s
0° 01’ 00“	zu	0h 00 min 04s
0° 00’ 30“	zu	0h 00 min 02s
0° 00’ 15“	zu	0h 00 min 01 s

Der Zeitunterschied von Meridian zu Meridian beträgt je Längengrad 4 min. Ein Zeitunterschied von 1 Stunde sind deshalb 15° Längenunterschied (360° : 24h = 15°). Der Ortsunterschied zweier Orte errechnet sich aus dem Produkt: Unterschied der geographischen Längen beider Orte (in °) mal 4 min ($\Delta\lambda/° \times 4$ min $= \Delta\lambda_{iZ}$).

Als *mittlere Ortszeit (MOZ)* wird die für den Längengrad eines bestimmten Ortes geltende mittlere Sonnenzeit bezeichnet. Als *wahre Ortszeit (WOZ)* wird die für den Längengrad eines bestimmten Ortes geltende wahre Sonnenzeit bezeichnet. Der Unterschied zwischen MOZ und WOZ ist die Zeitgleichung (e). Die Zeit, die auf 0° Länge herrscht, wird als *Weltzeit* bezeichnet. Da dieser Längengrad durch die alte Sternwarte von Greenwich verläuft, wird diese Zeit auch als *Greenwich Mean Time (GMT)* bzw. als Greenwicher Zeit bezeichnet.

In heutiger Zeit wird die GMT durch Atomuhren kontrolliert. Die Atomsekunde ist die Dauer von 9192631770 Perioden der Strahlung, die dem Übergang zwischen beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms Caesium 133 entspricht. Die Rundfunksender senden nach dieser Atomzeit ihre internationalen Zeitzeichen Diese Atomuhrzeit wird als *Universal Time-Coordinated (UTC)* bezeichnet. Zwischen der GMT und UTC bestehen geringe Unterschiede, die auf die ungleichförmige Erdrotation usw. gegenüber der sehr gleichmäßigen laufenden Atomzeit zurückzuführen sind. Dieser Unterschied, der nie größer als 0,3s ist, wird an der Atomuhr korrigiert. Es ergibt sich die Zeit *Universal Time 1 (UT1).* Auf Grundlage der UT1 sind alle nautischen Jahrbücher aufgebaut

Zonenzeit

Die Erdoberfläche ist in 24 durch Längengrade begrenzte Zeitzonen von je 15° Längenunterschied so eingeteilt, dass der Längengrad von Greenwich die Zone 0 halbiert, der Längengrad 15° östlich von Greenwich die 1 und zuletzt der Längengrad 15° westlich von Greenwich die Zone 23 halbiert. Die Ortszeit des in der Mitte einer Zone verlaufenden Längengrades ist für diese Zone gültige Zonenzeit. Diese Zonenzeiten rechnen vom Nullmeridian, der durch Greenwich (bei London) geht, nach **Ost (+)** oder **West (–)**. Die Grenzen der Zonen und die Zonenzeiten werden nur auf dem offenen Meer und in unbewohnten Gebieten eingehalten. In bewohnten Gebieten sind die Grenzen der Zeitzonen nach politischen, wirtschaftlichen, verkehrtstechnischen, topographischen und anderen gesichtspunkten gezogen, und die in den Zonen gebräuchlichen Zeiten stimmen aufgrund mancherlei Erwägungen oftmals nicht mit den Zonen überein. So hat die GUS (Sowjetunion) 1930 in ihren 11 Zeitzonen die Dekretzeit eingeführt, welche der Zinenzeit um 1 Stunde voaus ist. Die Dekrtezeit der Zone 2 ist besonders bemerkenswert. Sie wird nach in der Zone 2 liegenden russischen Hauptstadt Moskauer Zeit (MOSKZ) genannt und wird im Eisenbahnfahrplänen und im Nachrichtenverkehr im geammten Rußland verwendet.

Zeit λ = 015° W	Zulu Zeit λ = 000°	Alfa-Zeit λ = 015° E	Bravo-Zeit λ = 030° E
λ = 07,5° W	λ = 07,5° E	λ = 22,5° E	
Zeitzone 23	Zeitzone 0	Zeitzone 1	Zeitzone 2
ZU = – 1h	ZU = 0h	ZU = + 1h	ZU = + 2h

Überblick über die auf der Erde geltenden Zeitzonen

Standardzeit	Abkürzung	Δ ZU in h
New Zealand Mean Time	NZMT	-12
Alaska Standard Time	AST	-10
Japanese Standard Time	JST	-9
Indian Standard Time	IST	- 5,5
Moskauer Sommerzeit	MOSKSZ	-4
Moskauer Zeit	MOSKZ	-3
Mitteleuropäische Sommerzeit	MESZ	-2
Osteuropäische Zeit	OEZ	-2
Mitteleuropäische Zeit	MEZ	-1
Greenwich Mean Time	GMT	0
Nordthern Standart Time	NST	+3,5
Atlantik Standard Time	AST	+4
Eastern Standard Time	EST	+5
Central Standart Time	CST	+6
Mountain Standard Time	MST	+7

Die gesetzliche Landeszeiten (GZ) einiger europäischer Länder

	Sommerzeit	Winterzeit
Deutschland	-2h	-1h
Dänemark	-2h	-1h
Finnland	-3h	-2h
Frankreich	-2h	-1h
Großbritanien	-1h	0h
GUS (ZZ 2)	-4h	-3h
Polen	-2h	-1h
Portugal	-1h	0h
Schweden	-2h	-1h

Zeitunterschied

Der Zeitunterschied ist die Differenz zwischen der MOZ und der GMT (UT1).
Es gilt:

$$ZU = MOZ - UT1$$

Da der Meridian von Greenwich für die geographische Länge und den Zeitunterschied Bezugskoordinate ist, ergibt sich die Folgerung:
Der Zeitunterschied (ZU) entspricht der geographischen Länge des Ortes, für den die MOZ angegeben ist. Wie entsprechend folgender Formel ersichtlich ist, gilt:

$ZU > 0°$ für λ Ost
$ZU < 0°$ für λ West

das heißt:

$MOZ - \lambda_{iZ} = UTC$, wenn λ östlich ist $\quad$ $UTC + \lambda_{iZ} = MOZ$, wenn λ östlich ist
$MOZ + \lambda_{iZ} = UTC$, wenn λ westlich ist $\quad$ $UTC - \lambda_{iZ} = MOZ$, wenn λ westlich ist

Für die Umwandlung der geographischen Länge in Zeitunterschied ($\lambda i°$ in λ_{iZ}) gilt nach den o. g. Entsprechungen

Zeit/h x 15° = Grad/°	Grad/° : 15° = Zeit/h
Zeit/min x 15’ = Grad/’	Grad/’ : 15’ = Zeit/min
Zeit/s x 15“ = Grad/“	Grad/“ : 15“ = Zeit/s

Datumsgrenze

Die 12. Zeitzone liegt der 0. Zeitzone gegenüber und hat die Länge 180° als mittleren Meridian. Dieser Meridian ist die eigentliche Datumsgrenze. Beim Überschreiten gilt:

⇒ Von Ost nach West, halte das Datum fest. (das aktuelle Datum wird wiederholt)
⇒ Von West nach Ost, lasse das Datum los. (das folgende Datum wird ausgelassen)

Zeitmessung

Die Messung der Zeit wird sinnvollerweise auf die Achsendrehung der Erde bezogen. Dazu sind zwei Bezugspunkte notwendig. Zum Ersten ist es der *Greenwicher Meridian* (Nullmeridian) oder ein anderer benannter Ortsmeridian. Zum Zweiten ist es der *Frühlingspunkt* oder ein ausgewählter Fixstern. Der Frühlingspunkt (♈) ist ein festgelegter rechnerischer Punkt am Fixsternhimmel und an der Himmelskugel nicht sichtbar. Er liegt auf dem Kreuzungspunkt der Erdbahn mit dem Himmelsäquator.(Frühlingsanfang) Zur Zeitmessung wird deshalb ein sichtbarer Fixstern bevorzugt, wobei der Abstand des ausgewählten Fixsternes zum Frühlingspunkt hinzugefügt wird.
Es wird nun genau die Zeit gemessen, die der Nullmeridian aufgrund der Achsendrehung der Erde benötigt, um an den im Raum feststehenden Frühlingspunkt oder an einen ausgewählten Fixstern vorbeizukommen. Dieser Vorgang wird als Durchgang bezeichnet. So bezeichnet man die Zeitspanne eines Tages durch zwei nachfolgende Durchgänge des Nullmeridians durch den Frühlingspunkt (Fixstern). Hierbei vergeht eine Zeit von 24h 00min 00s. Diese Zeitmessung wird als Sterntag bezeichnet. Durch den Begriff Kulmination wird der Ort eines Gestirns (Sonne, Mond, Planet, Fixstern) in Bezug auf den Horizont bezeichnet, zu einem Zeitpunkt bei dem es am höchsten über einen Beobachtungsort auf der Erde steht. Ein Tag ist somit die Zeitspanne zweier Kulminationen des Frühlingspunktes oder eines Fixsterne von einem Beobachtungsort der Erde aus. Bezieht sich die Zeitmessung auf einen Fixstern, so wird diese Zeitmessung als **Sterntag** bezeichnet. Die Astronomie und die Navigation richtet sich nach dieser Zeitmessung.

Seit alters her regelt sich die Zeitmessung in der menschlichen Gesellschaft jedoch nach der Sonne. Ein **Sonnentag** entspricht der Zeitspanne zwischen zwei Kulminationen der Sonne. Da das Tagesdatum um Mitternacht wechselt, ist die Sonnenkulmination nicht auf den Nullmeridian
($\lambda = 0°$), sondern auf dem Einhundertachtzigsten Längengrad ($\lambda = 180°$) bezogen. Der Längengrad 180° wird deshalb auch als **Datumsgrenze** bezeichet. Bezieht man die Zeitmessung auf die Sonne, so muss beachtet werden, dass sich die Erde erstens in 24 Std einmal um sich selbst dreht (Rotation) und gleichzeitig im Laufe eines Jahres auf einer

Ellipsenbahn einmal um die Sonne läuft (Revolution). Betrachtet man die Erde als stillstehend, so kann man von der scheinbaren täglichen und von der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne um die Erde sprechen. Die Sonne führt also eine scheinbare Doppelbewegung aus, die beachtet werden muss.

Zeitgleichung

Würde die Sonne keine scheinbare jährliche Bewegung haben, würde die Zeitmessung bezogen auf die Sonne mit der Zeitmessung bezogen auf den Frühligspunkt übereinstimmen. Der Sterntag wäre gleich lang dem Sonnentag. Jedoch summiert sich die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne mit der scheinbar täglichen Bewegung der Sonne. Und tatsächlich fällt ein Sonnentag um 3min 56s länger aus, als ein Sterntag. Er ist 24h 03min 56s lang. Die Zeitspanne dieser scheinbaren Gesamtbewegung der Sonne wird als **wahre Sonnenzeit** bezeichnet.

Ein weiteres Merkmal der scheinbaren Bewegung der Sonne ist die verschiedene Geschwindigkeit der Erdkugel auf ihrer Jahresbahn um die Sonne Die Erde umläuft mal schneller, mal langsamer die Sonne. Diese Veränderlich bewirkt unterschiedliche Zeitlängen eines Tages. Mit einer gleichförmig gehenden Uhr gemessen bedeutet dies, dass der Sonnentag mal etwas kürzer und mal etwas länger wird. Um diese Besonderheit auszugleichen, hat man den **mittleren Sonnentag** eingeführt. Hierbei handelt es sich um eine gedachte Sonne, die für einen scheinbaren täglichen Umlauf um die Erde 24h 03min 56s benötigt.

Für das praktische Leben und zur Berechnung von Kalendern ist es jedoch von Vorteil eine Sonnenzeit zu haben, die sich glatt rechnet. Man hat deshalb den mittleren Sonnentag gleich 24h 00min 00s gesetzt. Der Sterntag wird dadurch etwas kürzer. Er beträgt demzufolge nur noch 23h 56min 04s.

Viermal im Jahr stimmt die mittlere Sonnenzeit mit der wahren Sonnenzeit überein. Der Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit findet in der Zeitgleichung ihren Ausdruck.

Zeitgleichung (e) = wahre Zeit – mittlere Zeit

Die Zeitgleichung kann ein positives (+), wie auch ein negatives (–) Vorzeichen haben

Durchschnittliche Werte der Zeitgleichung (e)

genaue Werte siehe Nautisches Jahrbuch

01. Januar	– 3,2 min
01. Februar	– 13,6 min
01. März	– 12,6 min
01. April	– 4,2 min

01. Mai	+ 2,9 min
01. Juni	+ 2,5min
01. Juli	– 3,5 min
01. August	– 6,3 min

01 September	– 0,3 min
01. Oktober	+ 10,0 min
01. November	+ 16,3 min
01. Dezember	+ 11,2 min

Berechnungsbeispiele

Berechnung der MOZ aus der UTC

Man befindet sich am 25. 10. um 18h 36min 17s UTC auf 025° 28’ W. Wie groß ist die MOZ?

UTC	=	18-36-17
λiZ	=	– 01-41-52
MOZ	=	16-54-25

Berechnung der UTC aus der MOZ

Man befindet sich am 19. 12. um 05h 26min 38s MOZ auf 058° 31'E. Wie groß ist die UTC?

MOZ	=	05-26-38
λiZ	=	– 03-54-04
MOZ	=	01-32-34

Umrechnung von UTC in ZZ

Man befindet sich am 25. 09. um 16h 47min 12s UTC auf 043° 24' E. Wie groß ist die Zonenzeit?
Für den Meridian 043° 24' E ist die Zonenzeit die mittlere Ortszeit des Meridians 045°E.

UTC	=	16-47-12
λiZ	=	+ 03-00-00
MOZ	=	19-57-12

Umrechnung ZZ in UTC

Man befindet sich am 18. 03. um 18h 56min ZZ auf 152° 31' E. Welches ist die UTC?
Die Länge 152° 31'E ist die ZZ gleich der MOZ des Meridians 150° E.

ZZ	=	18-56-00
λiZ	=	– 10-00-00
MOZ	=	08-56-00

Berechnung der UTC und der MOZ aus der ZZ

Man befindet sich am 31. 01. um 03h 24min 15s ZZ auf 092° 11' E

ZZ	=	03-24-15 des 31. 01.
ZU	=	– 06-00-00
UTC	=	21-24-15 des 30. 01
λiZ	=	+ 06-08-44
MOZ	=	03-32-59 des 31. 01

Berechnungen zum Sonnenauf- bzw. -untergang

Die Auf- und Untergangstabelle im Nautischen Jahrbuch gibt die mittleren Ortszeiten (MOZ) des wahren Aufgangs bzw. Untergangs von Sonne und Mond an.
Wann geht am 15. 07. 1997 auf der Position $\varphi = 56° 30'$ N, $\lambda = 019° 45'$ E die Sonne nach Zonenzeit (ZZ) auf?

MOZ_{SA}	=	03-30-30	aus der SA-Tabelle des NJ entnommen
– ZZ	=	01-19-00	λ in Zeitmaß umgerechnet
+ ZZU	=	01-00-00	ZU der λ entsprechenden Zone gegen UTC
ZZ_{SA}	=	03-11-30	Zonenzeit des Sonnenaufgangs für die Schiffsposition.

***